

Problema 699.- (Propuesto por Julio A. Miranda Ubaldo. Profesor de I.E.P. San Francisco de Asís, (Huaral) de Perú)

En un triángulo ABC , desde C se traza la ceviana CD (D en el segmento AB); Si $AD = 4\sqrt{3} \text{ cm.}$, $\text{ang}(ABC) = 110^\circ$, $\text{ang}(BAC) = 40^\circ$ y $\text{ang}(DCA) = 20^\circ$, hallar BC .

Resolución: (Vicente Vicario García, I.E.S. El Sur, Huelva)

A lo largo de la resolución del problema emplearemos la notación habitual en la geometría del triángulo. Determinaremos primero la longitud del segmento DC y después calcularemos la longitud del segmento pedido BC .

Aplicando el teorema de los senos en el triángulo ADC y la fórmula del seno del ángulo doble, tenemos que

$$\frac{4\sqrt{3}}{\text{sen}20^\circ} = \frac{DC}{\text{sen}40^\circ} \rightarrow DC = 4\sqrt{3} \frac{\text{sen}40^\circ}{\text{sen}20^\circ} = 4\sqrt{3} \frac{2\text{sen}20^\circ \cos 20^\circ}{\text{sen}20^\circ} = 8\sqrt{3} \cos 20^\circ$$

Por otra parte, es claro que $\text{ang}(BDC)=60^\circ$ y $\text{ang}(DBC)=110^\circ$ con lo que aplicando de nuevo el teorema de los senos ahora al triángulo DBC , y teniendo en cuenta que

$$\text{sen}110^\circ = \text{sen}(90^\circ + 20^\circ) = \text{sen}90^\circ \cos 20^\circ + \cos 90^\circ \text{sen}90^\circ = \cos 20^\circ$$

tenemos que

$$\frac{BC}{\text{sen}60^\circ} = \frac{DC}{\text{sen}110^\circ} \rightarrow BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{8\sqrt{3} \cos 20^\circ}{\text{sen}110^\circ} = 12 \text{ cm.}$$

---oooOooo---