

Solución al Problema 703

propuesto en Triángulos Cabri

quincena del 1 al 15 de abril de 2014

enviada por
Andrea Fanchini
Cantú,
Italia.

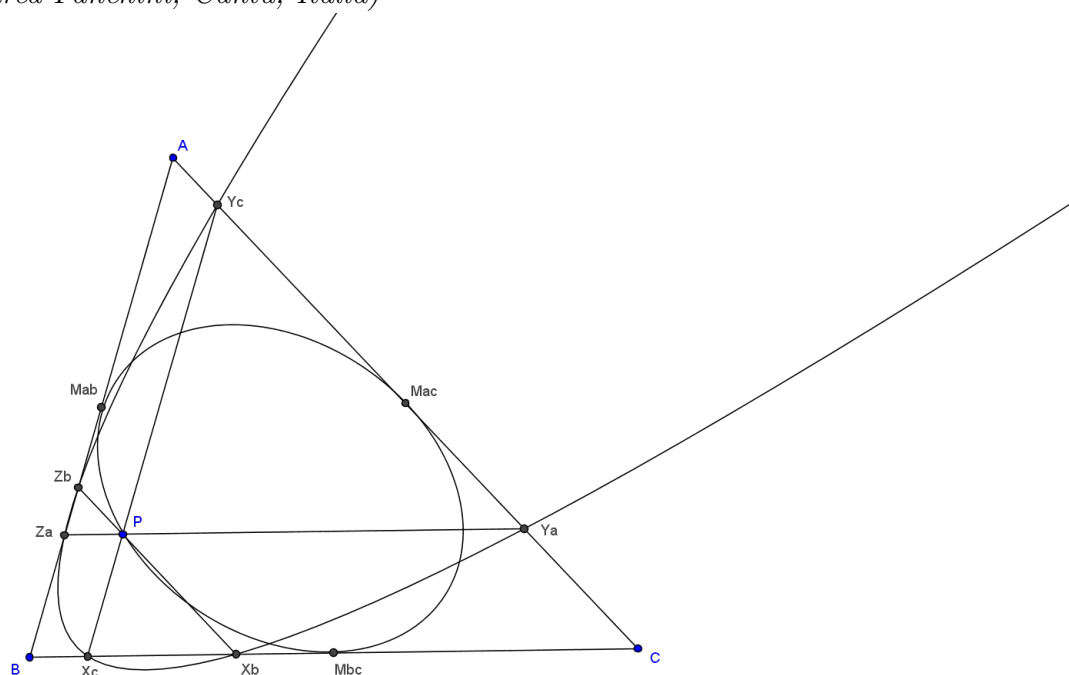
Abril 12, 2014

Problema 703. (César Beade Franco, I. E. S. Fernando Blanco, Cee, A Coruña.)

Dado un triángulo, tracemos desde un punto paralelas a cada lado. Determinan 6 puntos sobre los lados del triángulo que están sobre una cónica. ¿Dónde ha de estar situado este punto para que la cónica sea una parábola?

Beade, C. (2014): Comunicación personal.

Solución 703. (Andrea Fanchini, Cantú, Italia)



Consideramos un punto $P = (u : v : w)$. Tracemos desde P paralelas a cada lado. Determinan 6 puntos sobre los lados del triángulo que han coordenadas

$$Y_a = (u : 0 : v + w), \quad Z_a = (u : v + w : 0)$$

$$Z_b = (w + u : v : 0), \quad X_b = (0 : v : w + u)$$

$$X_c = (0 : u + v : w), \quad Y_c = (u + v : 0 : w)$$

Estos 6 puntos yacen sobre una cónica de ecuación

$$\sum_{cyc} vw(v+w)x^2 - u(vw + (w+u)(u+v))yz = 0$$

para que la cónica sea una parábola tiene que tener lo discriminante $\delta = 0$. Eso comporta que el punto P pertenezca a la cónica

$$\sum_{cyc} x^2 - 2yz = 0$$

qué representa la elipse inscrita de Steiner.