

PROPUESTA: Hacer este problema como geometría mental; es decir, sin usar nada, por ejemplo igual que si les pidien multiplicar 4 por 12 y dan como respuesta 48(¿qué proceso mental se ha seguido?).

Luego explicar qué proceso se ha seguido para hallar D, y esa explicación sería la respuesta.

Naturalmente se puede hacer de cualquier otra manera, al estilo habitual de resolución.

Problema 704.

Sea un triángulo ABC, con su circuncentro en O.

Sea la suma vectorial $\mathbf{OA} + \mathbf{OB} + \mathbf{OC} = \mathbf{OD}$

Hallar D.

Levensha, G. (2013): The Geometry of the triangle. The United Kingdom Mathematics Trust.

Solución del director.

Dado que la suma de los tres vectores es independiente del orden, el punto D, extremo de tal suma es único.

Si comenzamos sumando $\mathbf{OA} + \mathbf{OB}$, ambos tienen el mismo módulo, que es R el radio de la circunscrita, así que la suma da como resultado el vector $\mathbf{OE}$, siendo la figura OAEB un rombo, por lo que $\mathbf{OE}$ es una diagonal del mismo, y por tanto OE es perpendicular a AB.

Al sumar ahora los vectores $\mathbf{OE}$ y $\mathbf{OC}$ nos dará como resultado $\mathbf{OD}$, y la figura OCDE es un paralelogramo, con lo que D está situado sobre la recta paralela a OE, en definitiva perpendicular a AB, o sea la altura tomada desde C en el triángulo ABC.

Al ser cíclica esta estructura geométrica, D es el ortocentro de ABC.

Ricardo Barroso Campos

Jubilado. Sevilla.