

Propuesto por Ercole **Suppa**, profesor titular de matemáticas y física del Liceo Scientifico "A. Einstein"

Problema 706.

Sea ABCD un rectángulo. Sean CU y DV tales que se corten en T interior al rectángulo y tal que U y V estén en el interior de AB. Sean $W=[DTC]$, $X=[DTUA]$, $Y=[TUV]$, $Z=[TVBC]$

Demostrar que $4(X+2Y+Z)Y = (X+3Y+Z-W)^2$.

Suppa, E. (2014): Comunicación personal.

Suppa, E. (2014): Comunicación personal.

Solución del director.

Sea $DC=b$.

Sea h la altura del triángulo W . $W = \frac{bh}{2}$

Los triángulos W e Y son semejantes de razón j . Así $Y = \frac{bjhj}{2} = \frac{bhj^2}{2}$.

Sea bk la longitud del lado del cuadrilátero Z sobre AB .

$$\text{Es: } X = (Z + Y) - Y = \frac{(h+hj)(b-bk)}{2} - \frac{bhj^2}{2}$$

$$Y, \text{ además, } Z = (Z + Y) - Y = \frac{(h+hj)(bk+bj)}{2} - \frac{bhj^2}{2}.$$

Haciendo operaciones, desarrollando y simplificando, se obtiene que

$$4(X + 2Y + Z)Y = b^2 h^2 j^2 (1 + j)^2 = (X + 3Y + Z - W)^2$$

Ricardo Barroso Campos

Jubilado

Sevilla