

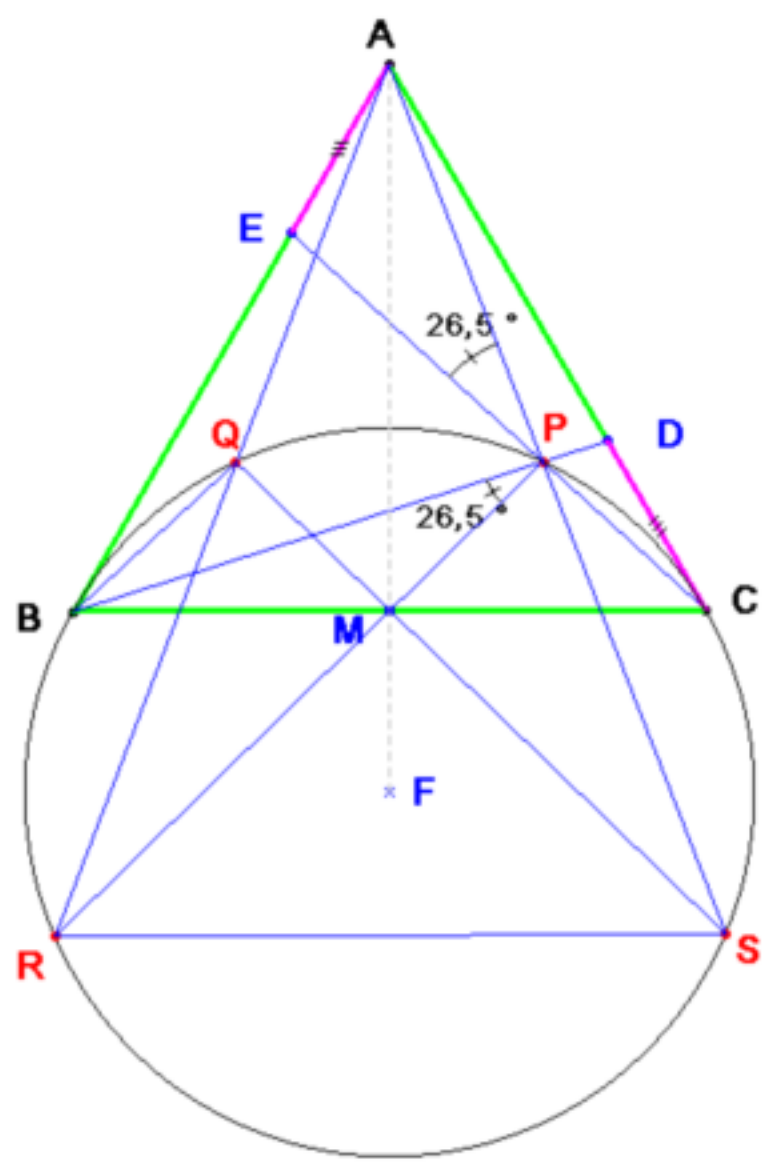
**Problema 709.**

06.67. En un triángulo equilátero  $ABC$  se eligen los puntos  $D$  y  $E$  situados en los lados  $AC$  y  $AB$  respectivamente, tales que los segmentos  $AE$  y  $CD$  miden lo mismo. Sea  $M$  el punto medio del lado  $BC$  y  $P$  la intersección de  $BD$  con  $CE$ . Pruebe que los ángulos  $\angle APE$  y  $\angle BPM$  son iguales.

Baleares, Opción B. Oposiciones 2006. (p. 268)

De Diego, B. y otros (2013): Problemas de Oposiciones. Deimos Matemáticas. Tomo 5 (2006 al 2013).

**Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.**



Los triángulos  $BCD$  y  $CAE$  son iguales, y por tanto  $\angle DBC = \angle ECA$ , y  $\angle ECB = 60 - \angle DBC$  y de ahí  $\angle BPC = 120^\circ$ . En resumen: el punto  $P$ , al variar la longitud del segmento  $AE$ , se mueve sobre el arco capaz de  $BC$  y amplitud  $120^\circ$ .

Tomando  $Q$ , simétrico de  $P$  respecto de la altura  $AM$  y proyectando ambos a través de  $M$  sobre la circunferencia de centro  $F$ , que contiene al arco capaz de  $BC$ , se obtienen los puntos  $R, S$ .

Los triángulos  $PRS$  y  $QSR$  son simétricos respecto de  $AM$  así como los segmentos  $BQ$  y  $CP$ . Por tanto los arcos  $CS$  y  $BR$  son iguales.

Y la igualdad entre esos arcos es la solución del problema. ■