

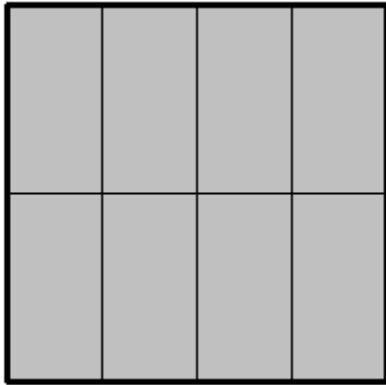
Problema 710.-

Se dan nueve puntos en el interior de un cuadrado de lado 1. Demostrar que tres de ellos son los vértices de un triángulo de área inferior o igual que $1/8$.

Perrin, D. (2005): Mathématiques d'école, nombre, mesures et Géométrie.
Cassini. (p. 242)

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

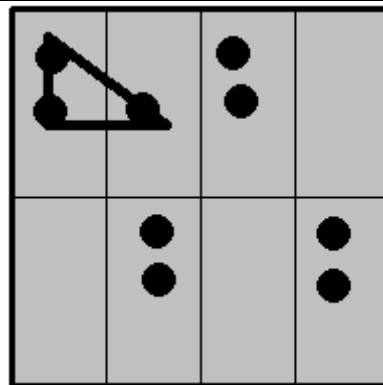
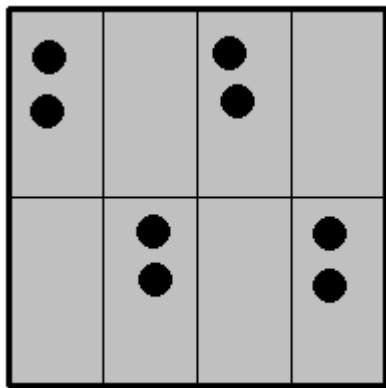
Si dividimos el cuadrado en 8 partes iguales, queda claro que si 3 puntos quedan dentro de alguna una de estas regiones, el valor del área del triángulo que determinan estos 3 vértices es inferior a $1/8$.



Por tanto, para que esto no ocurra, no podemos colocar más de 2 puntos en alguna de esas regiones. Como tenemos 9 puntos, estos deberán estar colocados de manera que, en alguna de las regiones al menos deban coincidir 2 puntos. Pero es que además en alguna otra región adyacente a una que contenga 2 puntos debe tener al menos 1 punto.

Es decir, al menos hay 2 celdas contiguas que contengan como mínimo 3 puntos. Esto es así porque, necesariamente 4 de las regiones como máximo, tendrán 2 puntos y deberá existir alguna celda adyacente a las anteriores que no pueda estar vacía. Es decir, o tiene 1 punto o 2 puntos.

Veámoslo esto gráficamente, salvo rotaciones o simetrías, de esta configuración:



Deberá colocarse en alguna de las celdas adyacentes.

De esta forma, determinaría un triángulo que ocuparía como máximo 3 de los cuatro vértices de dos celdas contiguas y así el valor del área sería inferior a $1/8$.

La situación límite sería esta, en la que el valor del área sería ahora igual a $1/8$.

