

Solución al Problema 711

propuesto en Triángulos Cabri

quincena del 16 al 31 de mayo de 2014

enviada por
Andrea Fanchini
Cantú,
Italia.

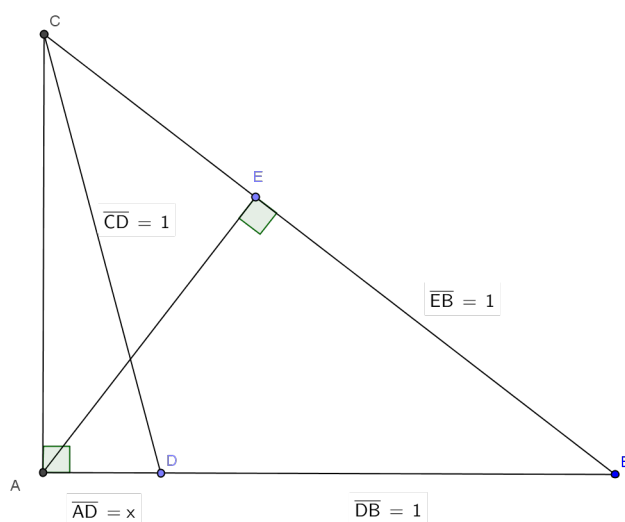
Mayo 16, 2014

Problema 711.

En un triángulo ABC rectángulo en A , tenemos AE altura tal que $EB = 1$. Sobre AB tenemos D tal que $CD = DB = 1$. Hallar AD .

Honsberger, R. (2003) Mathematical Diamonds. MAA (p. 204).

Solución 711. (Andrea Fanchini, Cantú, Italia)



Ponemos $AD = x$.

Aplicando el teorema de Pitagora al $\triangle EAB \Rightarrow AE = \sqrt{x^2 + 2x}$.

Con Pitagora al $\triangle ACD \Rightarrow AC = \sqrt{1 - x^2}$.

Siempre con Pitagora al $\triangle ABC \Rightarrow BC = \sqrt{2 + 2x}$.

Ahora tenemos que

$$\frac{AB}{2} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{BC}{2} \cdot \frac{AE}{2} \Rightarrow (1+x)\sqrt{1-x^2} = \sqrt{2+2x}\sqrt{x^2+2x}$$

Haciendo operaciones, desarrollando y simplificando, se obtiene

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 + 3x - 1) = 0$$

Descartando la solución negativa y las dos soluciones complejas, tenemos que el segundo factor se puede escribir

$$(x+1)^3 - 2 = 0 \Rightarrow x = AD = \sqrt[3]{2} - 1 \approx 0,26.$$