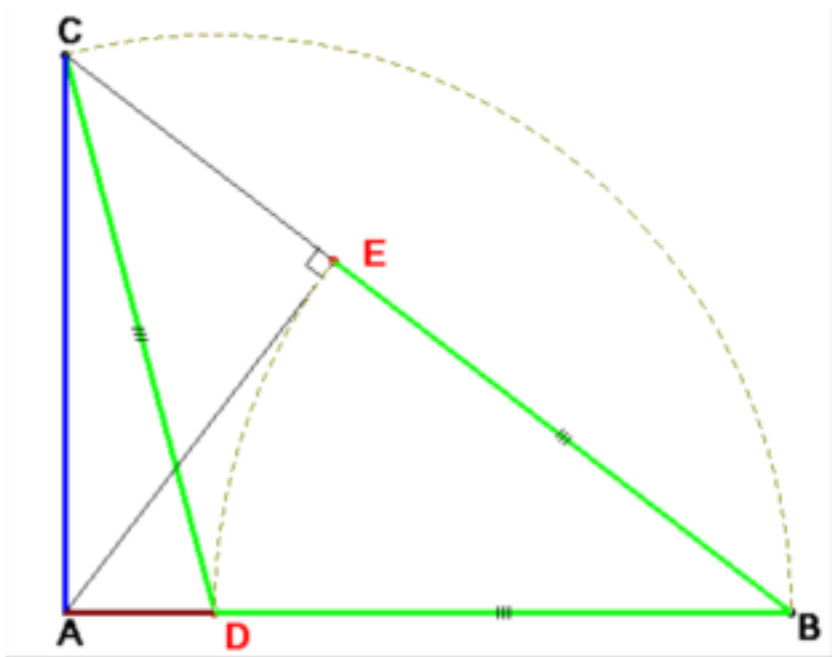


Problema 711.- En un triángulo ABC rectángulo en A , tenemos AE altura tal que $EB = 1$. Sobre AB tenemos D tal que $CD = DB = 1$. Hallar AD .

Honsberger, R. (2003) Mathematical Diamonds. MAA (p. 204)



Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

Tomamos $x = AD$ y en los triángulos rectángulos AEC y AEB calculamos el valor de la altura AE con el teorema de Pitágoras:

Se tiene, igualando ambas expresiones, $AC^2 + BE^2 = AB^2 + CE^2$.

Sustituimos en función de x los segmentos representados en esta ecuación:

$$AC^2 = 1 - x^2, \quad AB = 1 + x, \quad BC^2 = 1 - x^2 + (1 + x)^2 = 2(1 + x) \text{ y}$$

$$CE = \sqrt{2(1 + x)} - 1$$

Se tiene $(1 - x^2) + 1 = (1 + x)^2 + (\sqrt{2(1 + x)} - 1)^2$, desarrollando y eliminando la raíz se tiene finalmente $(1 + x)^4 = 2(1 + x)$

Las soluciones obtenidas son $x = -1$ y $x = \sqrt[3]{2} - 1$.

La primera no tiene sentido para el problema. Así pues $AD = \sqrt[3]{2} - 1$.

