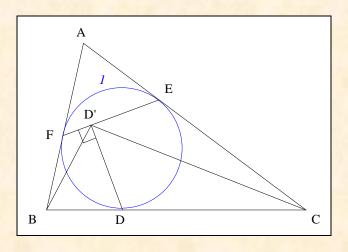
Problema 712

Sea ABC un triángulo y sea A', B', y C'son los puntos de contacto de la circunferencia inscrita opuestos a A, B, y C, respectivamente. Sea H el pie de la perpendicular a A'C' de B'. Demostrar que HB' es bisectriz del ángulo AHC. Jay Warendorff (2012): http://demonstrations.wolfram.com/AnAngleBisection/

Solución de Jean-Louis Ayme (Saint-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 01/06/2014

VISION

Figure:



Traits: ABC un triangle acutangle,

I le cercle inscrit à ABC,

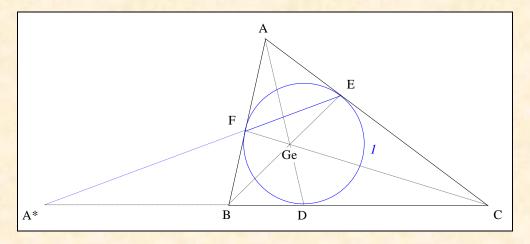
DEF le triangle de contact de ABC,

et D' le pied de la D-hauteur de DEF,

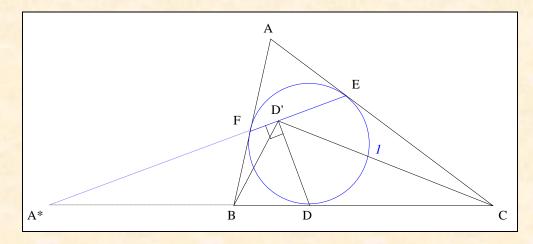
Donné: (D'D) est la D'-bissectrice intérieure du triangle BD'C.

Commentaire:

VISUALISATION



- D'après "Le point de Gergonne" appliqué à ABC,
- (AD), (BE) et (CF) sont concourantes.
- Notons Ge ce point de concours
 - et A* le point d'intersection de (EF) et (BC)..
- D'après Pappus ¹ "Diagonales d'un quadrilatère" appliqué au quadrilatère complet AFGeE, le quaterne (B, C, D, A*) est harmonique.



• Conclusion: le pinceau (D'; B, C, D, A*) étant harmonique ayant deux rayons (D'D) et (D'A*) perpendiculaires, (D'D) est la D'-bissectrice intérieure du triangle BD'C.

-

Pappus, Collections, Livre VII, proposition 131