

Solución al Problema 716
propuesto en Triángulos Cabri
extra 1 de Julio - 31 de Agosto de 2014

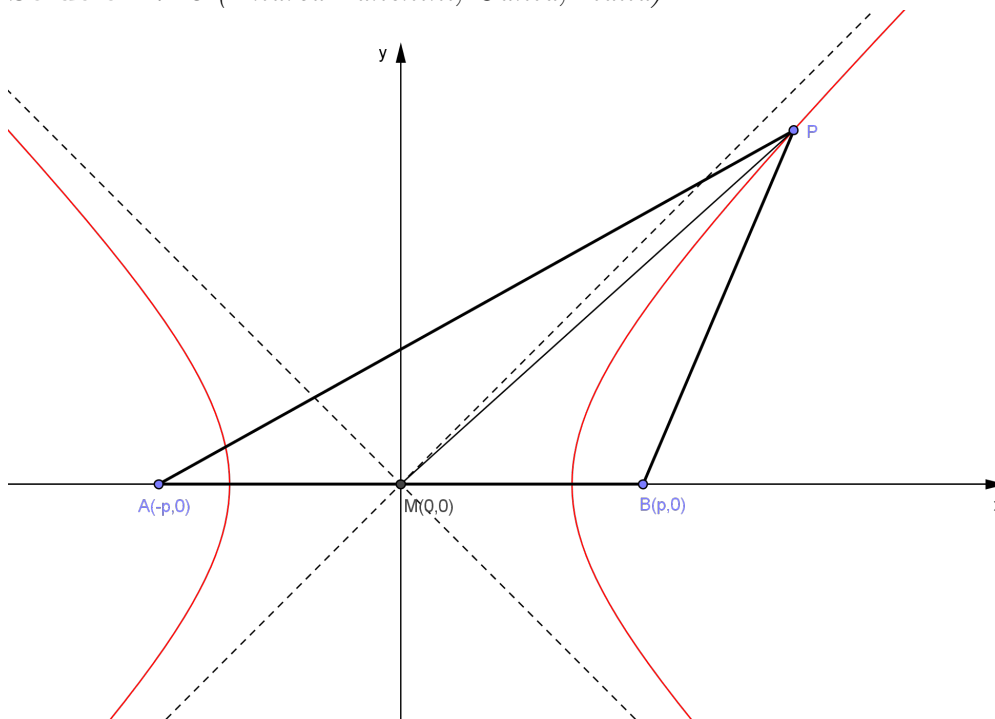
enviada por
Andrea Fanchini
Cantú,
Italia.

2 de Julio, 2014

Problema 716. *Real, M. (2011): Comunicación personal.*

Dado el triángulo PAB , sea M el punto medio de AB . Encuentra el lugar geométrico de los puntos P del plano tales que PM es media proporcional de PA y PB .

Solución 716. *(Andrea Fanchini, Cantú, Italia)*



Consideramos el triángulo PAB en un plano cartesiano con $A(-p, 0)$, $M(0, 0)$, $B(p, 0)$ y $P(x, y)$. Siendo PM media proporcional de PA y PB es $PM^2 = PA \cdot PB$, por tanto

$$x^2 + y^2 = \sqrt{(x+p)^2 + y^2} \sqrt{(x-p)^2 + y^2}$$

elevando al cuadrado, desarrollando y simplificando, se encuentra la ecuación del lugar geométrico

$$x^2 - y^2 = \frac{p^2}{2}$$

que es una hipérbola equilátera habiente por focos los puntos A y B y como asíntotas las bisectrices de los ejes cartesianos.