Problema 716

Dado el triángulo PAB, sea M el punto medio de AB. Encuentra el lugar geométrico de los puntos P del plano tales que PM es media proporcional de PA y PB.

Real, M. (2011): Comunicación personal.

Solución del director:

Tomemos M como origen de coordenadas. Sin pérdida de generalidad podemos tomar A(-1,0), B(1,0). Sea P (x,y).

Es: PM=$\sqrt{x^2+y^2}, PA=\sqrt{(x+1)^2+y^2}, PB=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$,

Haciendo $\frac{PM}{PA}=\frac{PB}{PM}$, tenemos

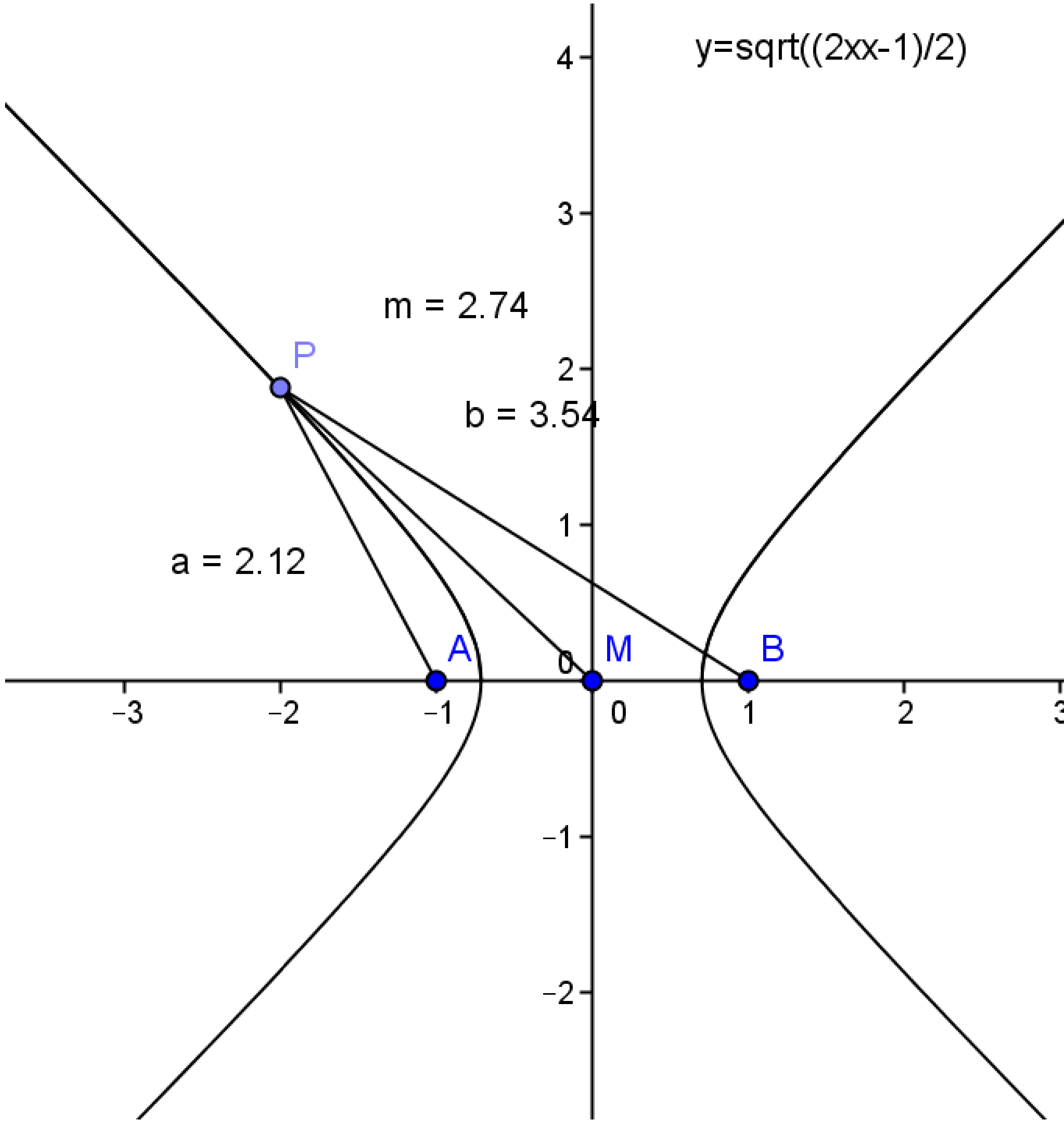
$x^2+y^2=$

$\sqrt{x^4-2x^3+x^2+x^2y^2+2x^3-4x^2+2x+2xy^2+x^2-2x+1+y^2+y^2x^2-2xy^2+y^2+y^4}$

De donde se tiene:

$x^4+2x^2y^2+y^4=x^4+x^2y^2-2x^2+1+y^2+y^2x^2+y^2+y^4$.

Y por fin, $2x^2-2y^2=1$, que es una hipérbola equilátera.



Ricardo Barroso Campos.

Jubilado

Sevilla