Problema 716.

Dado el triángulo $\overset{\Delta}{PAB}$, sea M el punto medio del lado $\overline{AB}$.
Determinar e lugar geométrico de los puntos P del plano tal que $\overline{PM}$ es media proporcional de $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$.

Solución 2:

$\overline{PM}$ es mediana del triángulo $\overset{\Delta}{PAB}$.

$$\overline{PM}^2 = \frac{1}{4}\left(2\overline{PA}^2 + 2\overline{PB}^2 - \overline{AB}^2\right)$$

$$\overline{PM}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}.$$

$$\left(\overline{PA} - \overline{PB}\right)^2 = \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 - 2\overline{PA} \cdot \overline{PB} =$$

$$= \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 - 2\overline{PM}^2 =$$

$$= \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 - \frac{1}{2}\left(2\overline{PA}^2 + 2\overline{PB}^2 - \overline{AB}^2\right)$$

Entonces $\left(\overline{PA} - \overline{PB}\right)^2 = \frac{1}{2}\overline{AB}^2$.

$$\left|\overline{PA} - \overline{PB}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}\overline{AB}.$$

P recorre una hiperbola de focos A, B y eje $\frac{\sqrt{2}}{2}\overline{AB}$.