Solución al Problema 721
propuesto en Triángulos Cabri
quincena del 1 al 15 de octubre de 2014

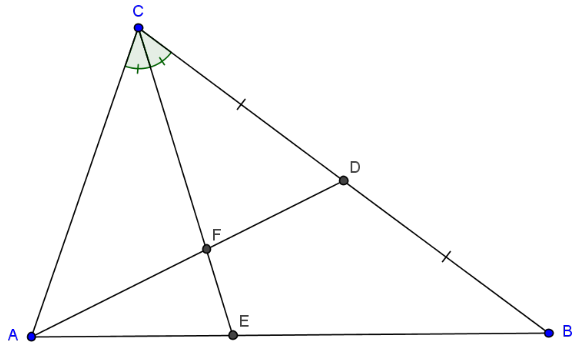
enviada por
Andrea Fanchini
Cantú,
Italia.

Octubre 1, 2014

Problema 721.
(b) En un triángulo ABC, la mediana AD corta a la bisectriz CE en F. Demostrar que $\frac{CF}{FE} = \left(\frac{BC}{AC}\right) + 1$.

D'Ignazio, I. , Suppa, E. (2001): Il Problema geometrico, Dal compasso al Cabri. Interlinea Editrice. (pag. 274).

Solución 721. *(Andrea Fanchini, Cantú, Italia)*



Usando coordenadas baricéntricas tenemos que

$$AD \equiv y - z = 0, \quad CE \equiv -bx + ay = 0, \quad E \equiv CE \cap \underbrace{AB}_{z=0}(a : b : 0), \quad F \equiv CE \cap AD(a : b : b)$$

Utilizando la fórmula que da la distancia entre dos puntos expresados en coordenadas baricéntricas homogéneas y simplificando se tiene que

$$CF^2 = \frac{2ab(ab + S_C)}{(a + 2b)^2}, \qquad FE^2 = \frac{2ab^3(ab + S_C)}{(a + 2b)^2(a + b)^2}$$

Entonces

$$\frac{CF}{FE} = \frac{a + b}{b} \qquad q.e.d.$$