Problema 721

En un triángulo ABC, la mediana AD corta a la bisectriz CE en F. Demostrar que CF/FE = (BC/AC) + 1.

D'Ignazio, I. , Suppa, E. (2001): Il Problema geometrico, Dal compasso al Cabri. Interlinea Editrice.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

On considère le triangle EBC et la droite AFD qui est une <u>ménélienne</u> de ce triangle. Le <u>théorème de Ménélaüs</u> permet d'écrire la relation (R) : AE/AB x FC/FE x DB/DC = 1. Comme AD est la médiane du triangle ABC issue de A, on a DB = DC. La relation (R) devient : FC/FE = AB/AE.

Comme CE est la bissectrice de l'angle BCA, d'après la loi des sinus dans le triangle ABC, on a la relation bien connue BE/AE = BC/AC

Le point E étant situé entre A et B, on a AB = AE + EB = AE + BE.

Il en résulte que FC/FE = = (AE+BE)/AE = (BE/AE) + 1 = (BC/AC) + 1. c.q.f.d.