

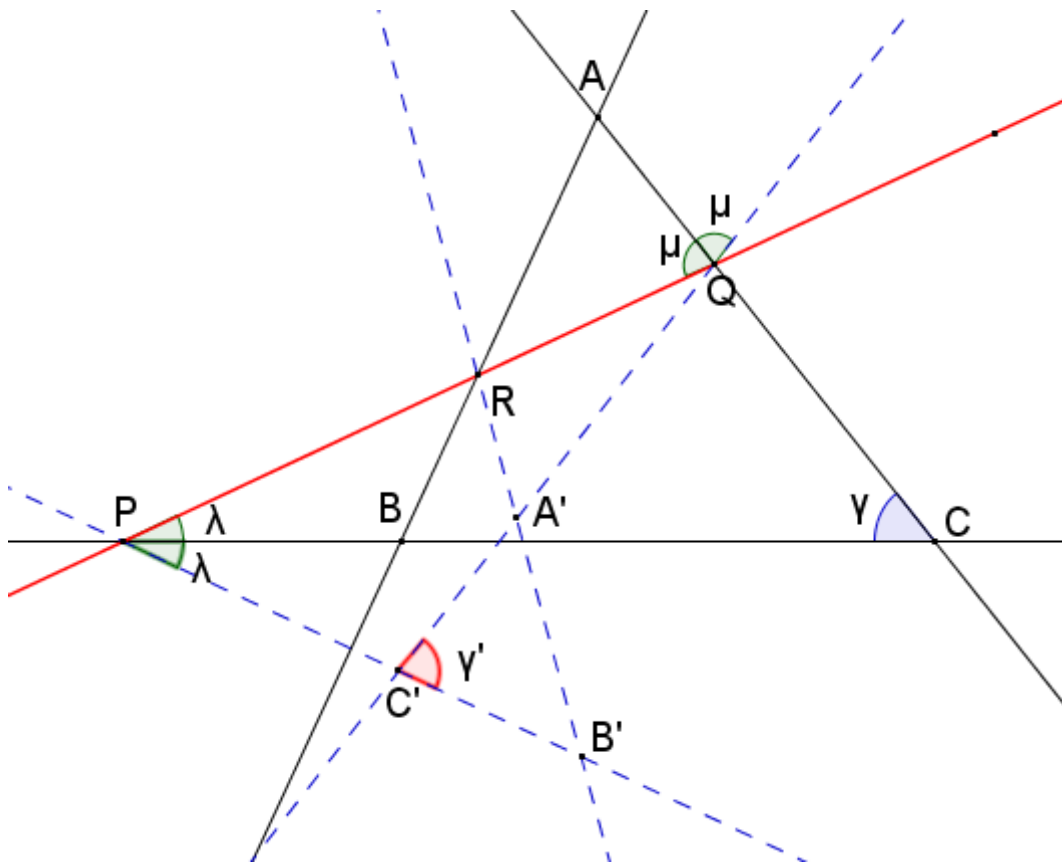
Problema 722

Dado un triángulo ABC, consideremos una recta genérica r.

Sean r_a , r_b y r_c las simétricas de r respecto a a, b y c. Demostrar que los triángulos que forman r_a , r_b y r_c son semejantes.

Barroso, R.(2014): Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



La droite générique r coupe les droites BC, CA et AB respectivement aux points P, Q et R. Les droites symétriques de cette droite par rapport aux côtés BC et CA se rencontrent au point C'. On définit de la même manière les points A' et B'.

On désigne par:

- α , β et γ les angles aux sommets du triangle ABC,
- α' , β' et γ' les angles aux sommets du triangle A'B'C',
- λ et μ les angles que forment la droite r avec les droites BC et CA.

En considérant le triangle PQC', on a la relation $\gamma' = 2\lambda + (\pi - 2\mu)$ modulo π .

En considérant le triangle PQC, on a la relation $\mu = \gamma + \lambda$.

On en déduit $\gamma' = \pi - 2(\mu - \lambda) = -2\gamma$ modulo π .

De la même façon on obtient $\alpha' = -2\alpha$ modulo π et $\beta' = -2\beta$ modulo π .

Quelle que soit la position de la droite r, les triangles A'B'C' restent donc toujours semblables entre eux.