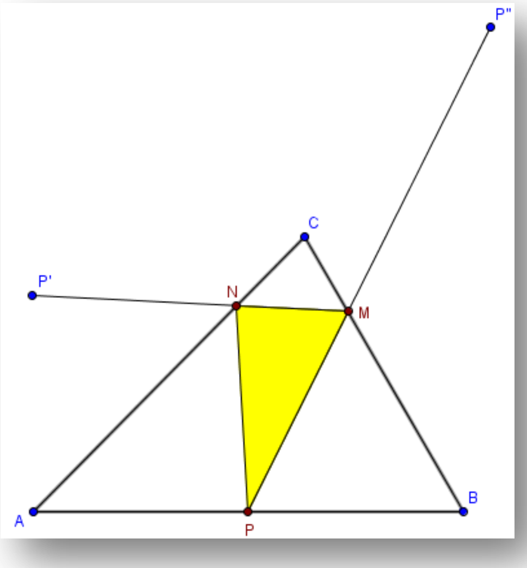
Problema 727.-

En un triángulo, ABC, con <CAB=45º, <CBA=60º, P es el punto medio de AB.
Hallar los puntos M y N sobre CB y AC, respectivamente, que hacen mínimo el perímetro del ΔPMN.

Martínez, R. (2014): Calendari Matemátic 2014-2015. 16 Novembre.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

En principio, sea el punto P', punto simétrico de P respecto del lado AC y seguidamente hallamos P'', punto simétrico de P' respecto del lado BC.



A continuación determinamos el punto M como el punto intersección del segmento PP'' y el lado BC.
Por fin, determinamos el punto N como el punto intersección del segmento MP' y el lado AC.
El triángulo MNP es el de perímetro mínimo.

Veamos esta propiedad con mayor detalle.
Considerando la simetría axial del triángulo MNP respecto de los lados AC y AB, obtenemos los segmentos $NP' = NP,\ NM\ y\ MP'_2 = MP$ dispuestos en una misma recta, uno a continuación del otro, determinando así el segmento $P'P'_2$ que coincidirá con el perímetro del triángulo MNP.

Si ahora realizamos los mismos movimientos para cualquier otro triángulo $PM'N'$ vemos que la longitud del perímetro del nuevo triángulo se puede situar sobre una línea poligonal cuyos extremos siguen siendo $P'P'_2$ y, por tanto esta longitud será mayor que el segmento $P'P'_2$.