

**Problema 741.-**

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son las longitudes de tres segmentos que forman un triángulo, demostrar que las longitudes  $\frac{1}{a+b}$ ,  $\frac{1}{b+c}$  y  $\frac{1}{c+a}$  también lo forman.

Linis, V. (1975) Eureka (2)

**Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.**

Las condiciones que habrán de verificar las longitudes de esos segmentos exigirán que se cumplan estas desigualdades

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} - \frac{1}{c+a} > 0$$

$$\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} - \frac{1}{a+b} > 0$$

$$\frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} - \frac{1}{b+c} > 0$$

Probaremos cualquiera de ellas. Sea por ejemplo, la primera:

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} - \frac{1}{c+a} = \frac{a^2 + ab - b^2 + ac + bc + c^2}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{a^2 + b(a+c-b) + ac + c^2}{(a+b)(b+c)(c+a)} > 0,$$

ya que  $a + c - b > 0 \Leftrightarrow a + c > b$

De forma similar se probarían las otras dos desigualdades triangulares.