Quincena del 1 al 15 de Septiembre de 2015

***Problema* 741**.

14.- *Si a, b, c son las longitudes de tres segmentos que forman un triángulo, demostrar que las longitudes* $\frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}, \frac{1}{a+b}$ *también lo forman*.

Linis, V. (1975) Eureka (2), p.7

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

Suponiendo $a > b > c > 0$, la condición para que estos segmentos formen un triángulo es

$$a < b + c \qquad (1)$$

Con las tres longitudes que nos dan se ha de verificar, además,

$$\frac{1}{b+c} < \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \quad (2)$$

Suprimiendo denominadores y desarrollando, la condición es equivalente a

$$b^2 + c^2 + a(b + c) - a^2 + bc > 0 \;\; (3)$$

Usando ahora $a < b + c$, tendremos que $a^2 < a(b + c)$ y por tanto se verifica la condición (3) y se concluye el problema ■.