Problema 743.

Siga $\overset{\Delta}{ABC}$ un triangle isòsceles $\overline{AB} = \overline{AC}$.

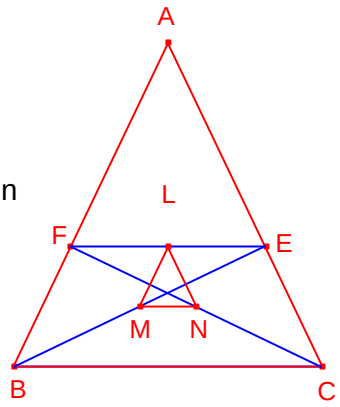
Siguen E en $\overline{CA}$ i F en $\overline{AB}$ tals que $\overline{BE}$ i $\overline{CF}$ són altures.

Considerem a L, M, N els punts migs de $\overline{EF}$, $\overline{BE}$ i $\overline{CF}$, respectivament.

Demostreu que els triangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{LMN}$ són semblants.

Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Baja California (6, 1996) Selectivo

Solució de Ricard Peiró i Estruch:



Els triangles rectangles $\overset{\Delta}{BCE}$, $\overset{\Delta}{CBF}$ són iguals.

Aleshores, $\overline{BF} = \overline{CE}$.

Aleshores, els triangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{AFE}$ són semblants, Per tant, $\overline{BC}$ i $\overline{FE}$ són paral·lels.

Aleshores, els triangles $\overset{\Delta}{BFE}$, $\overset{\Delta}{CEF}$ són iguals.

$\overline{LM}$ és paral·lela mitjana del triangle $\overset{\Delta}{BFE}$, aleshores:

$\overline{LM}$ és paral·lel a $\overline{AB}$.

Anàlogament, $\overline{LN}$ és paral·lel a $\overline{AC}$.

Les dues paral·leles mitjanes són iguals $\overline{LM} = \overline{LN}$.

Per tant, els triangles $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{LMN}$ són semblants.