

Problema 743.

Sea $\triangle ABC$ un triángulo isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$), sean E en $\overline{CA}$ y F en $\overline{AB}$ tales que $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ son alturas. Considere a L , M y N los puntos medios de $\overline{EF}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$

respectivamente. Muestre que los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle LMN$ son semejantes.

Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Baja California (6, 1996) Selectivo

Solución de Ricard Peiró i Estruch:

Los triángulos rectángulos $\triangle BCE$, $\triangle CBF$ son iguales.

Entonces, $\overline{BF} = \overline{CE}$.

Entonces, los triángulos $\triangle ABC$, $\triangle AFE$ son semejantes, Por tanto, $\overline{BC}$ y $\overline{FE}$ son paralelos.

Entonces, los triángulos $\triangle BFE$, $\triangle CEF$ son iguales.

$\overline{LM}$ es paralela media del triángulo $\triangle BFE$, entonces:

$\overline{LM}$ es paralelo a $\overline{AB}$.

Análogamente, $\overline{LN}$ es paralelo a $\overline{AC}$.

Las dos paralelas medias son iguales $\overline{LM} = \overline{LN}$.

Por tanto, los triángulos $\triangle ABC$, $\triangle LMN$ son semejantes.

