Problema 745.-
Dado un triángulo ABC, hallar una construcción con regla y compás de una paralela A´B´ a AB tal que la distancia entre AB y A´B´ sea el doble del radio de la circunferencia inscrita a A´B´C.

García Capitán, F. (2015): Comunicación personal.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Dado el triángulo ABC, construimos una paralela A"B" a AB de modo que el triángulo A"B"C, semejante al inicial, verifique que la distancia entre AB y A"B" sea el doble del radio de la circunferencia inscrita a ABC. *(Figura 1)*
Consideramos la semejanza entre los triángulos ABC y A''B''C. Se tiene que:

$$[ABC]=\frac{1}{2}(a+b+c)r=\frac{1}{2}ch_c\rightarrow\frac{h_c}{r}=\frac{a+b+c}{c}$$

Como quiera que $h_{c*}=h_c+2r\rightarrow h_{c*}=\frac{(a+b+c)r}{c}+2r=\frac{(a+b+3c)r}{c}\rightarrow\frac{h_{c*}}{r}=\frac{a+b+3c}{c}$
Por tanto, $h_{c*}=CC^*$ es la cuarta proporcional a los segmentos c, $(a+b+3c)$ y r.
Una vez construido, con regla y compás este segmento, es inmediata la construcción del triángulo A"B"C.

Por tanto, si ahora consideramos la semejanza entre los triángulos ABC, A"B"C y A'B'C, se debe verificar

$\frac{CA"}{CA}=\frac{CA}{CA'}$. En definitiva, CA' es la tercera proporcional a los segmentos CA" y CA. De esta forma podemos construir, con regla y compás, una paralela A´B´ a AB tal que la distancia entre AB y A´B´ sea el doble del radio de la circunferencia inscrita a A´B´C. *(Figura 2)*

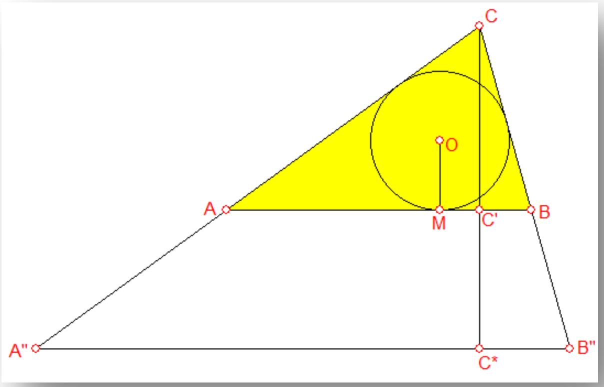

Figura 1

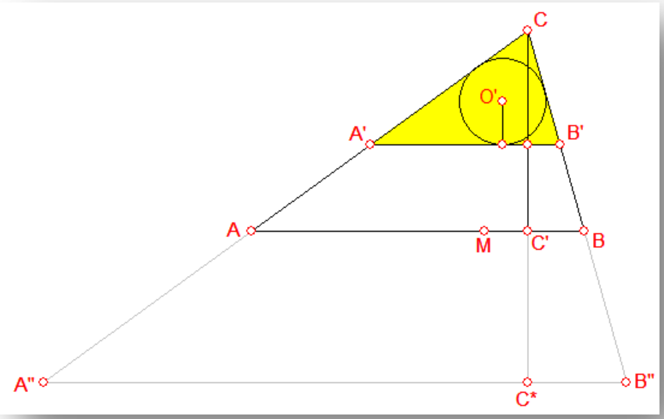

Figura 2