

Problema 748.-

Sobre un ángulo de 60° (II)

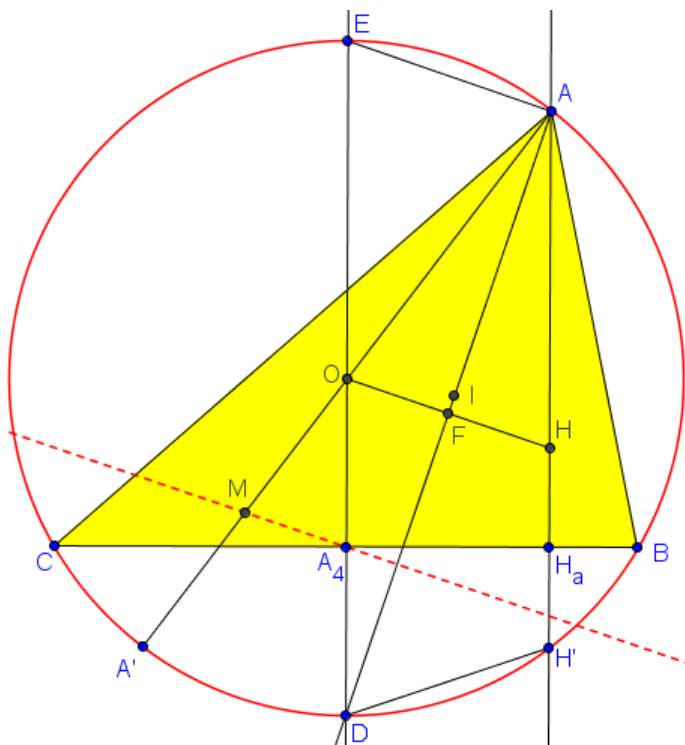
Sea ABC un triángulo con $AB < AC$. Sea D el punto medio del arco BC que no contiene a A . Sea A' el punto diametralmente opuesto a A . Sea A_4 el punto medio del lado BC . La recta perpendicular a AD por A_4 corta a OA' en su punto medio si y sólo si $\angle A = 60^\circ$.

Fondanaiche, P. (2015): Comunicación personal.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Dem.-

Si realizamos la construcción indicada, podemos observar los siguientes hechos de interés:



$\Rightarrow$

Sea A_4M perpendicular a AD , siendo M , punto medio de OA' . Entonces A_4M es la paralela media de $A'D$.

Por tanto, $A_4O = A_4D$. Como también se sabe que $H_aH = H_aH'$.

De modo que podemos establecer las siguientes igualdades:

$OH = DH' = A'D = EA \rightarrow OH$ y EA paralelos.

Como O es el punto medio de ED , entonces OH pasará por F , punto medio de AD , que lo será también del segmento OH . Así, tenemos que AI será la mediatriz del segmento OH y por el problema 746, implicará que $\angle A = 60^\circ$

$\Leftarrow$

Si $\angle A = 60^\circ \rightarrow AI$ será mediatriz del segmento OH . Por tanto, $AE = OH = A'D$. Además, como ya se ha visto en el Problema 746, A_4 será el punto medio de OD . Si consideramos M , punto medio de OA' , entonces MA_4 es la paralela media de $A'D$ y, por tanto perpendicular a AD .

Luego **A_4M es perpendicular a AD , siendo M , punto medio de OA' .**