

Problema 748

Sobre un ángulo de 60° (II)

Sea ABC un triángulo con $AB < AC$

Sea D el punto medio del arco BC que no contiene a A .

Sea A' el punto diametralmente opuesto a A .

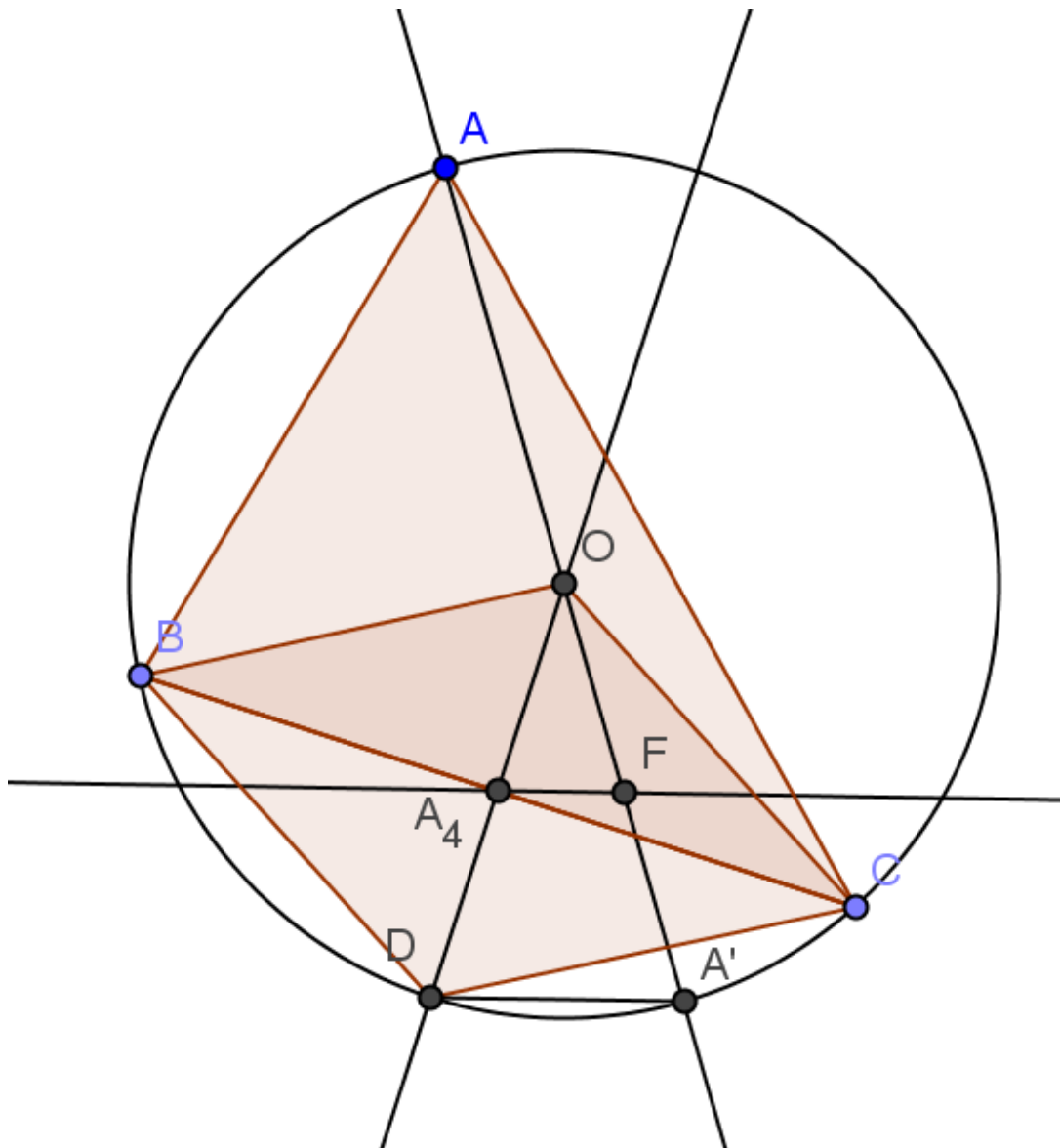
Sea A_4 el punto medio del lado BC .

La recta perpendicular a AD por A_4 corta a OA' en su punto medio si y sólo si $\angle A = 60^\circ$.

Fondanaiche, P. (2015): Comunicación personal.

Solución del director.

Sea $\angle A = 60^\circ$



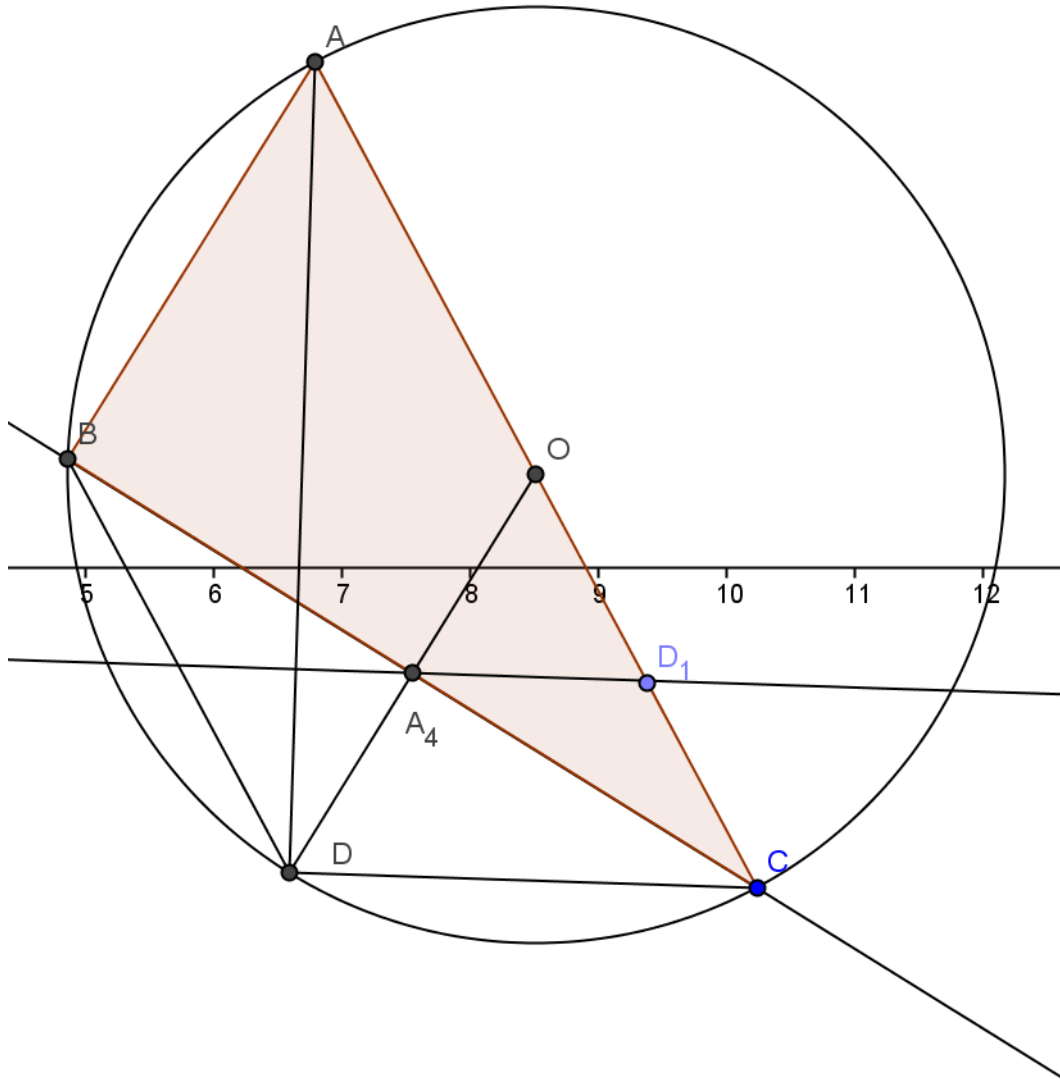
El triángulo OBC es isósceles con 120° 30° 30° , siendo A_4 punto medio de la base

El triángulo DBC es isósceles con 120° 30° 30° ,

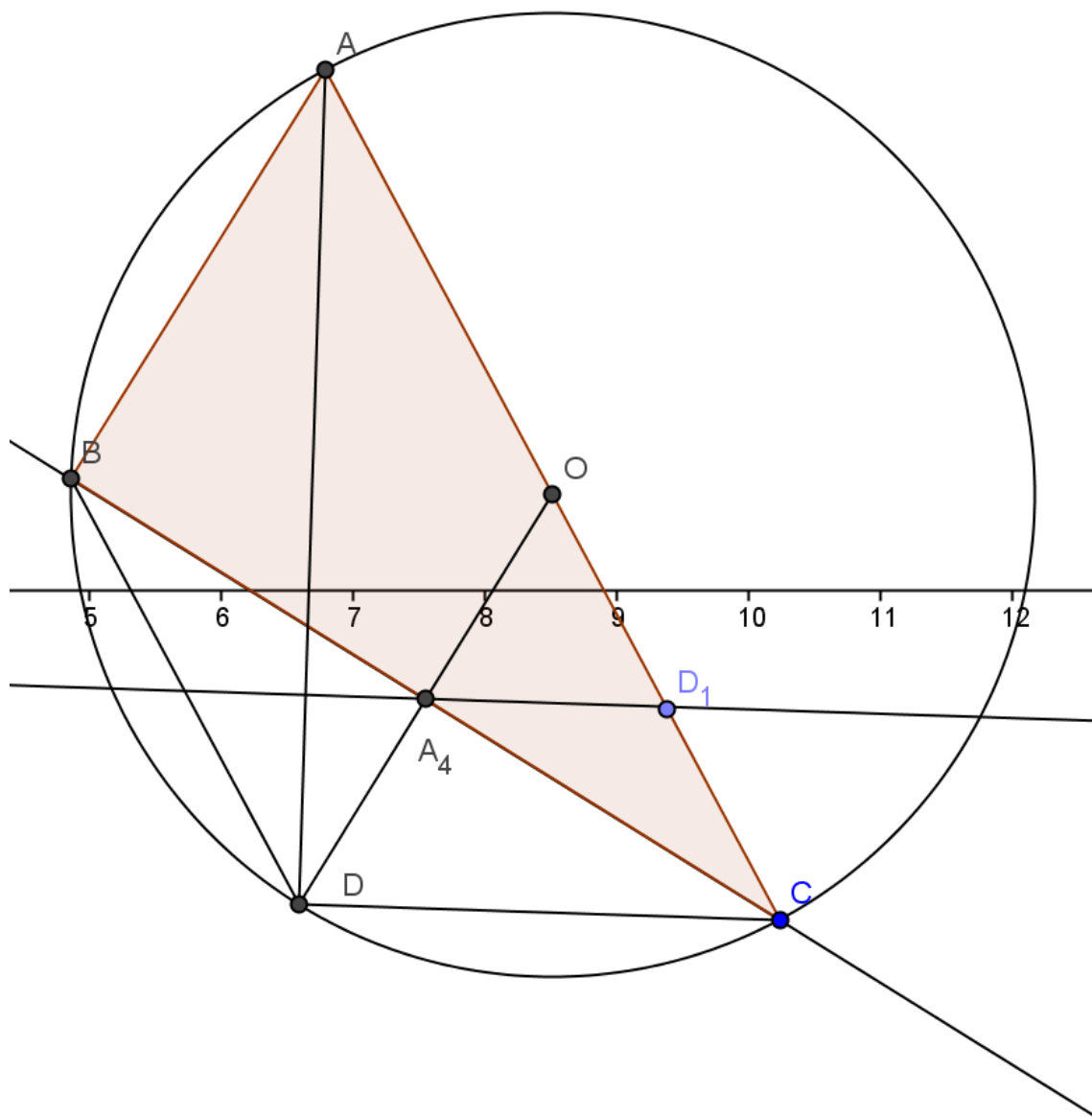
Así BOCD es un rombo de centro A_4 .

Considerando el triángulo ODA', la recta pedida es la paralela media que es $A_4 F$, siendo F por tanto, punto medio de OA' , cqd.

Si $B=90^\circ$, el motivo es el mismo, siendo en este caso $A'=C$



En el caso de ser B obtuso, es similar:



Sea que la recta perpendicular a AD por A_4 corta a OA' en su punto medio.

En cualquier triángulo, acutángulo, rectángulo u obtusángulo, OA_4D están alineados, y por las características del enunciado, A_4 es el punto medio de AD .

De esta manera, OBDC es un rombo con $\angle BOC = 2\alpha$, y $\angle BDC = 180^\circ - \alpha$.

Siendo $\angle BOC = \angle BDC$ tenemos que $2\alpha = 180^\circ - \alpha$, y cqd, $\alpha = 60^\circ$.

Ricardo Barroso Campos.

Jubilado.

Sevilla.