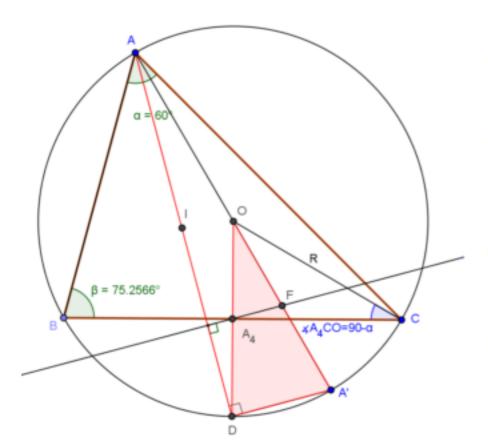
Problema 748.

Sobre un ángulo de 60º(II).

Sea ABC un triángulo con AB<AC. Sea D el punto medio del arco BC que no contiene a A. Sea A' el punto diametralmente opuesto a A. Sea A_4 el punto medio del lado BC. La recta perpendicular a AD por A_4 corta a OA' en su punto medio si y sólo si <A= 60° .

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Sea F el punto de corte en OA' de la perpendicular a AD por A_4 . La recta AD es la bisectriz de A por ser D el punto medio del arco BC.

El triángulo ADA' es rectángulo en D, por ser AA' un diámetro. Por ello, A_4F es paralela al segmento DA' y si F es el punto medio de OA', A_4 lo es de OD.

 OA_4 es un cateto del triángulo rectángulo ΔCA_4O , cuyo ángulo opuesto es $4A_4CO=90-\alpha$.

Un cálculo sencillo nos da $OA_4 = R \cdot \cos \alpha$. La condición del problema es $OA_4 = A_4D$, que equivale a $R \cdot \cos \alpha = \frac{R}{2}$. Resolviendo se obtiene $\alpha = 60^\circ$.