

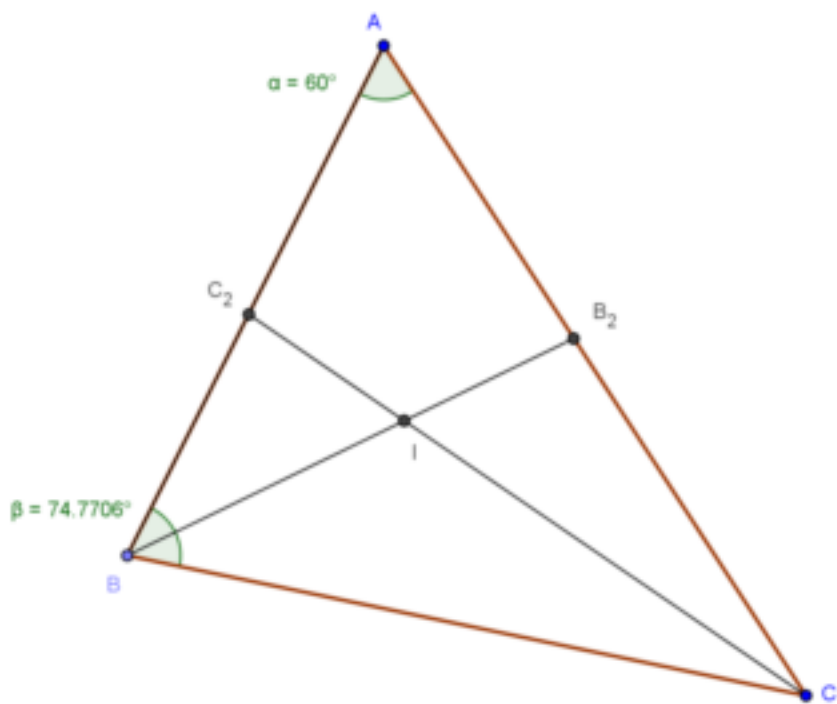
Problema 751.

Sobre un ángulo de $60^\circ(V)$

Sea ABC un triángulo con $AB < AC$. Sean B_2, C_2 los pies de las bisectrices de los ángulos B y C sobre los lados AC y AB .

$BC = BC_2 + CB_2$ si y sólo si $\angle A = 60^\circ$.

Fondanaiche, P. (2015): Comunicación personal.



Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

Según el teorema de la bisectriz tenemos $BC_2 = \frac{ac}{a+b}$ y $CB_2 = \frac{ab}{a+c}$.

La condición del problema es

$$a = \frac{ac}{a+b} + \frac{ab}{a+c},$$

que después de simplificar convenientemente queda

$$b^2 + c^2 = a^2 + bc$$

y según el teorema del coseno

$$b^2 + c^2 = a^2 + 2bc \cdot \cos A$$

De estas dos se deduce de inmediato que ha de ser $\angle A = 60^\circ$. ■