

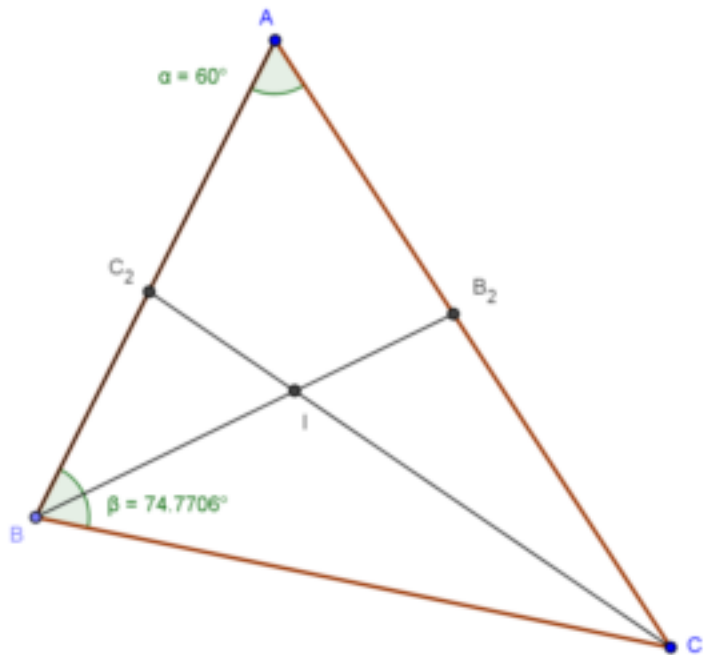
**Problema 753.**

Sobre un ángulo de  $60^\circ$  (VI)

Sea  $ABC$  un triángulo acutángulo y escaleno con  $AB < AC$ . Sean  $B_2$  y  $C_2$  los pies de las bisectrices de los ángulos  $B$  y  $C$  sobre los lados  $AC$  y  $AB$  respectivamente.

Es  $\frac{BB_2}{CC_2} = \frac{AB}{AC}$  si y sólo si  $\angle A = 60^\circ$ .

**Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.**



Se tiene, en el triángulo  $BB_2A$ , por el teorema de los senos

$$\frac{BB_2}{\text{sen } A} = \frac{AB}{\text{sen} \left( \frac{B}{2} + C \right)}$$

y en el triángulo  $CC_2A$ :

$$\frac{CC_2}{\text{sen } A} = \frac{AC}{\text{sen} \left( \frac{C}{2} + B \right)}$$

Dividiéndolas entre sí se tiene

$$\frac{BB_2}{CC_2} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{\text{sen} \left( \frac{C}{2} + B \right)}{\text{sen} \left( \frac{B}{2} + C \right)}$$

Se trata de ver cuando se verifica

$$\text{sen} \left( \frac{B}{2} + C \right) = \text{sen} \left( \frac{C}{2} + B \right).$$

Tratándose de ángulos de triángulos la igualdad de los senos ocurre si y solo si los ángulos son iguales (que excluimos por significar la igualdad de  $B$  y  $C$  y ya no sería escaleno el triángulo  $ABC$ ) o suplementarios y en este caso

$$\left( \frac{B}{2} + C \right) + \left( \frac{C}{2} + B \right) = 180$$

equivalente a  $B + C = 120^\circ$  o lo que es igual  $A = 60^\circ$ . ■