

Problema 756.-

Se tiene un triángulo cualquiera ABC. Sobre los lados AB y AC se construyen exteriormente triángulos equiláteros ABE y ACD. Si F y G son los puntos medios de EA y AC, respectivamente. Calcula la razón BD/FG .

Concurso Provincial de Matemática Secundaria Básica (2005/2006) Ciudad de La Habana.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

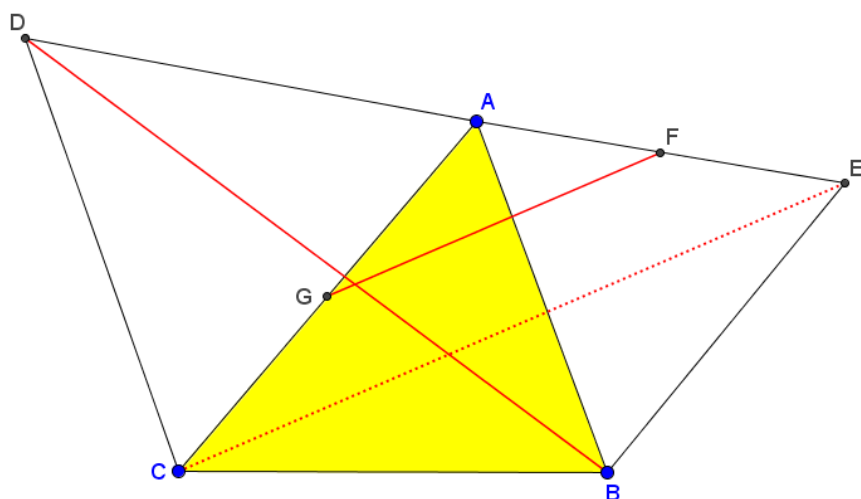
Realizada la construcción descrita, observamos los siguientes hechos de interés:

H1.- Los segmentos BD y CE son iguales, $BD=CE$.

En efecto, en el triángulo ABD, el lado BD verifica $BD^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(60^\circ + A)$.

En el triángulo ACE, por otra parte, tenemos que $CE^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(60^\circ + A)$.

H2.- El segmento FG es la paralela media al lado CE en el triángulo ACE. Por tanto, $FG = \frac{1}{2}CE$.



Por tanto, uniendo ambos hechos, deducimos que:

$$\frac{BD}{FG} = \frac{CE}{FG} = 2$$