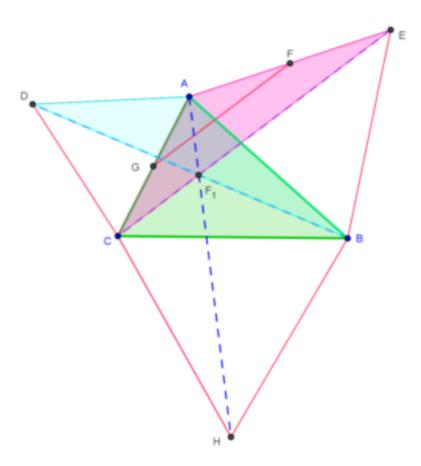
Problema 756

5 Se tiene un triángulo cualquiera ABC. Sobre los lados AB y AC se construyen exteriormente triángulos equiláteros ABE y ACD. Si F y G son los puntos medios de EA y AC respectivamente. Calcula la razón BD/FG.

Concurso Provincial de Matemática Secundaria Básica (2005/2006) Ciudad de La Habana.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Tenemos la situación del llamado primer punto de Fermat: se construyen exteriormente triángulos equiláteros y uniendo cada vértice del triángulo inicial con el vértice del correspondiente triángulo equilátero opuesto, tenemos tres rectas concurrentes en F_1 como se muestra en la figura.

Si al triángulo CAE se le somete a un giro de centro A y amplitud 60° en sentido horario se transforma en el triángulo DAB, de donde concluimos que CE = DB. Mediante giros similares se puede concluir la igualdad de estos segmentos con AH.

Como FG es una paralela media del triángulo ACE es EC = 2FG y por tanto

$$\frac{BD}{FG} = 2 \cdot \frac{BD}{CE} = 2$$