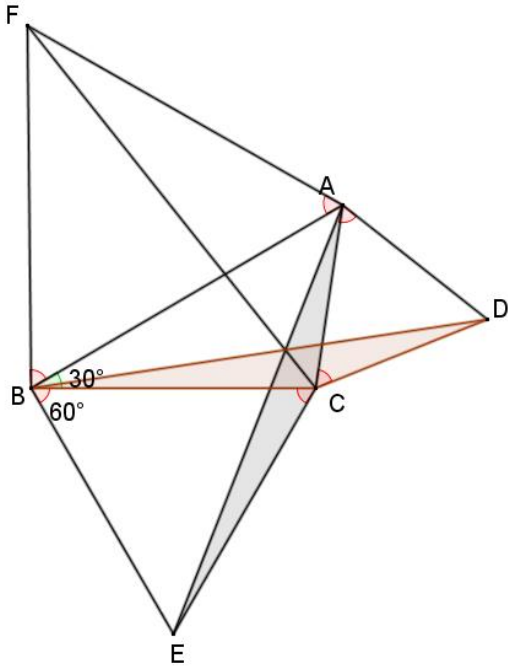


Problema 758

Dado un triángulo ABC con $\angle ABC = 30^\circ$, se construye el triángulo equilátero ACD, hacia el exterior del ABC. Demostrar que $AB^2 + BC^2 = BD^2$

http://artofproblemsolving.com/community/c6h1166198_help_me_this_geometry

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



On construit la figure de Napoléon avec les trois triangles équilatéraux ACD, BCE et ABF adossés aux côtés AC, BC et AB du triangle ABC, à l'extérieur de celui-ci.

Les triangles ACE et DCB sont isométriques avec :

$AC = CD$ et $CE = BC$ par construction,

$\angle ACE = \angle BCD = \angle ACD + 60^\circ$.

Il en résulte que $AE = BD$.

Comme $\angle ABC + \angle CBE = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$, le triangle ABE est rectangle au sommet B et d'après le théorème de Pythagore: $AB^2 + BE^2 = AE^2 = BD^2$.

Or $BE = BC$. On obtient ainsi la relation $AB^2 + BC^2 = BD^2$

Cette même relation s'obtient évidemment en considérant les triangles isométriques AFC et ABD.