

Problema 765.-

Calcular y dibujar un triángulo cualquiera (abc) conocidos solamente su perímetro, área y el ángulo A.

Sánchez, J. (2016): *Comunicación personal*.

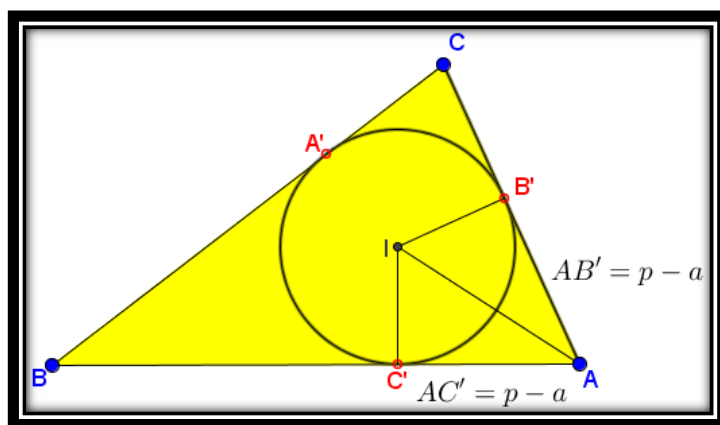
Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

Si es conocido el perímetro, es también conocido su semiperímetro, p .

Por tanto, el problema queda enunciado de la forma siguiente:

“Calcula y construye un triángulo (abc), si son conocidos su *semiperímetro* p , el valor de su *área* S y el *ángulo* A ”

Como $S = p \cdot r \rightarrow r = \frac{S}{p}$, siendo r = radio de la circunferencia inscrita a la triángulo abc dado.



Por tanto, podemos hallar $p - a$ a partir de la figura siguiente, como

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a} \rightarrow p - a = \frac{r}{\tan \frac{A}{2}}$$

Ahora bien, conocidos $p - a$ y p , podemos conocer tanto $a = p - (p - a)$ como el valor de la suma de b y c , ya que

$$2p - a = b + c.$$

Por otra parte, $S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A \rightarrow b \cdot c = \frac{2S}{\sin A}$. Así, de los lados b y c , conocemos tanto su suma $b + c$, como su producto bc . Por tanto, b y c son las soluciones de la ecuación de segundo grado, $x^2 - \left(p + \frac{pS}{\tan \frac{A}{2}}\right)x + \frac{2S}{\sin A} = 0$ que, podemos calcular sin ningún problema, al ser conocidos p , S y A .

Su Construcción.

Si bien, podemos construir el triángulo, siguiendo los mismos pasos que en los cálculos anteriores, podemos simplificar dicha construcción del siguiente modo.

Si conocemos el lado a , su ángulo A y el área S del triángulo (abc), entonces podemos construir la altura h_a . En definitiva, podemos construir el triángulo (abc) si una vez que hemos construido el arco capaz del segmento a y ángulo A , trazamos a una distancia igual a h_a una paralela a dicho lado a . Esta paralela cortará a la circunferencia dada en el vértice A . Uniendo A con los extremos del lado a , obtenemos el triángulo (abc).

1.- Construcción de r . $r = \frac{S}{p}$	2.- Construcción de $p - a$. $p - a = \frac{r}{\tan \frac{A}{2}}$	3.- Construcción de a . $a = p - (p - a)$
4.- Construcción h_a . $h_a = \frac{S}{\frac{1}{2}a}$	5.- Arco capaz segmento a bajo el ángulo A .	6.- Triángulo (abc). Intersección del arco-capaz con la paralela al segmento a a una distancia igual a la altura h_a .