

Problema 768

Siguen h_a, h_b, h_c les altures del triangle.

Demostreu que $h_a > \frac{h_b \cdot h_c}{h_b + h_c}$.

Solució de Ricard Peiró i Estruch:

Siga S l'àrea del triangle $\triangle ABC$.

$$a < b + c.$$

$$a \cdot h_a < b \cdot h_a + c \cdot h_a.$$

$$2S < b \cdot h_a + c \cdot h_a.$$

$$2S \cdot 2S < b \cdot h_a \cdot 2S + c \cdot h_a \cdot 2S.$$

$$4S^2 < bc \cdot h_a \cdot h_c + bc \cdot h_a \cdot h_b.$$

$$bc \cdot h_b \cdot h_c < bc \cdot h_a \cdot h_c + bc \cdot h_a \cdot h_b.$$

$$h_b \cdot h_c < h_a \cdot h_c + h_a \cdot h_b.$$

$$h_a > \frac{h_b \cdot h_c}{h_b + h_c}.$$