

Problema 769

OAB es un triángulo con $\angle AOB = 90^\circ$ y altura OH.

P es un punto en la circunferencia con centro A y radio AO.

La bisectriz del ángulo BPH se encuentra con la recta AB en Q

Determinar el lugar geométrico del punto V medio del segmento PQ al variar P sobre la circunferencia dada.

Philippe Fondanaiche P. (2016): Comunicación personal.

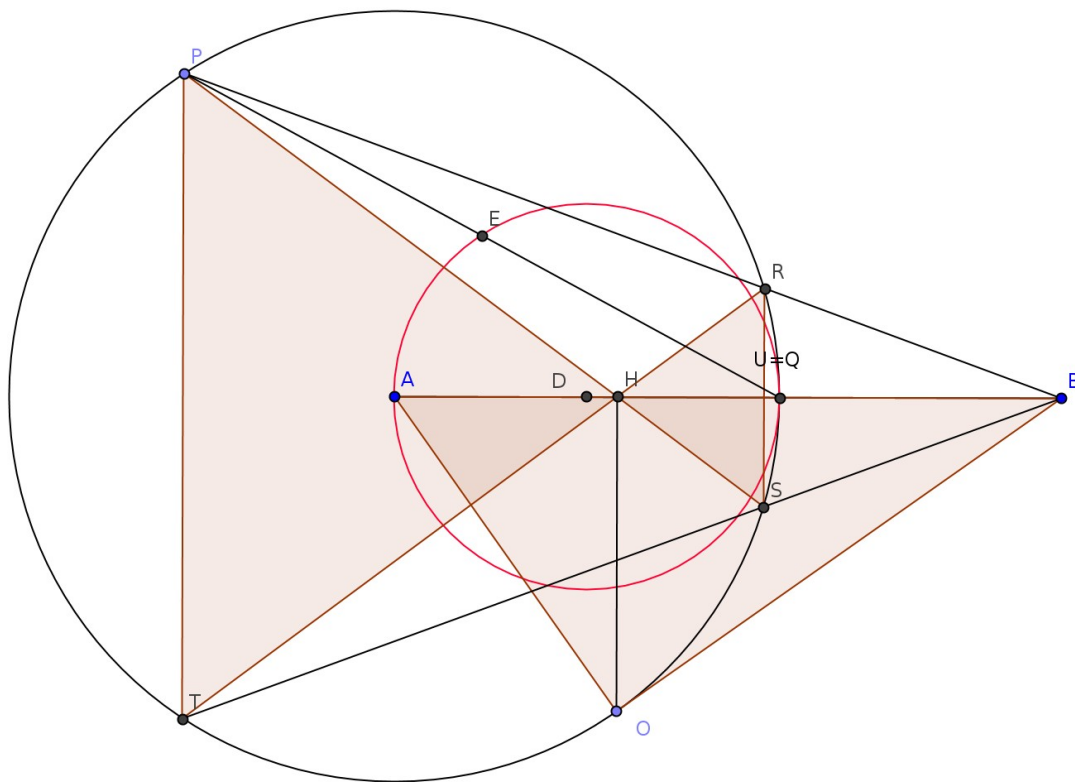
Apuntes para una solución del director.

Alguna cuestión está esbozada, por eso lo presento como apuntes, no como solución.

Si trazamos la figura dada, y construimos el segmento BP, cortará a la circunferencia de nuevo en R.

La recta PH cortará de nuevo a la circunferencia en S.

La recta BS cortará de nuevo a la circunferencia en T.



Los triángulos BRS y BPT son adecuados para una solución, pues al ser PHT y RHS isósceles, AB es mediatriz de los cuatro indicados, y por tanto en el triángulo RPS, que contiene al BPH, la bisectriz es PU con U el punto de corte de la circunferencia dada con la recta AB, por una propiedad de la bisectriz, que señala que la bisectriz de un ángulo de un triángulo coincide con la mediatriz del lado contrario en el punto medio del arco de circunferencia circunscrita que no contiene al vértice en cuestión. Así el punto U es el punto pedido Q.

Así, el lugar pedido es mediante una homotecia por ser Q fijo y recorrer P la circunferencia dada, es la circunferencia de diámetro AQ.

Ricardo Barroso Campos. Jubilado. Sevilla.