

Propuesto por Philippe Fondanaiche

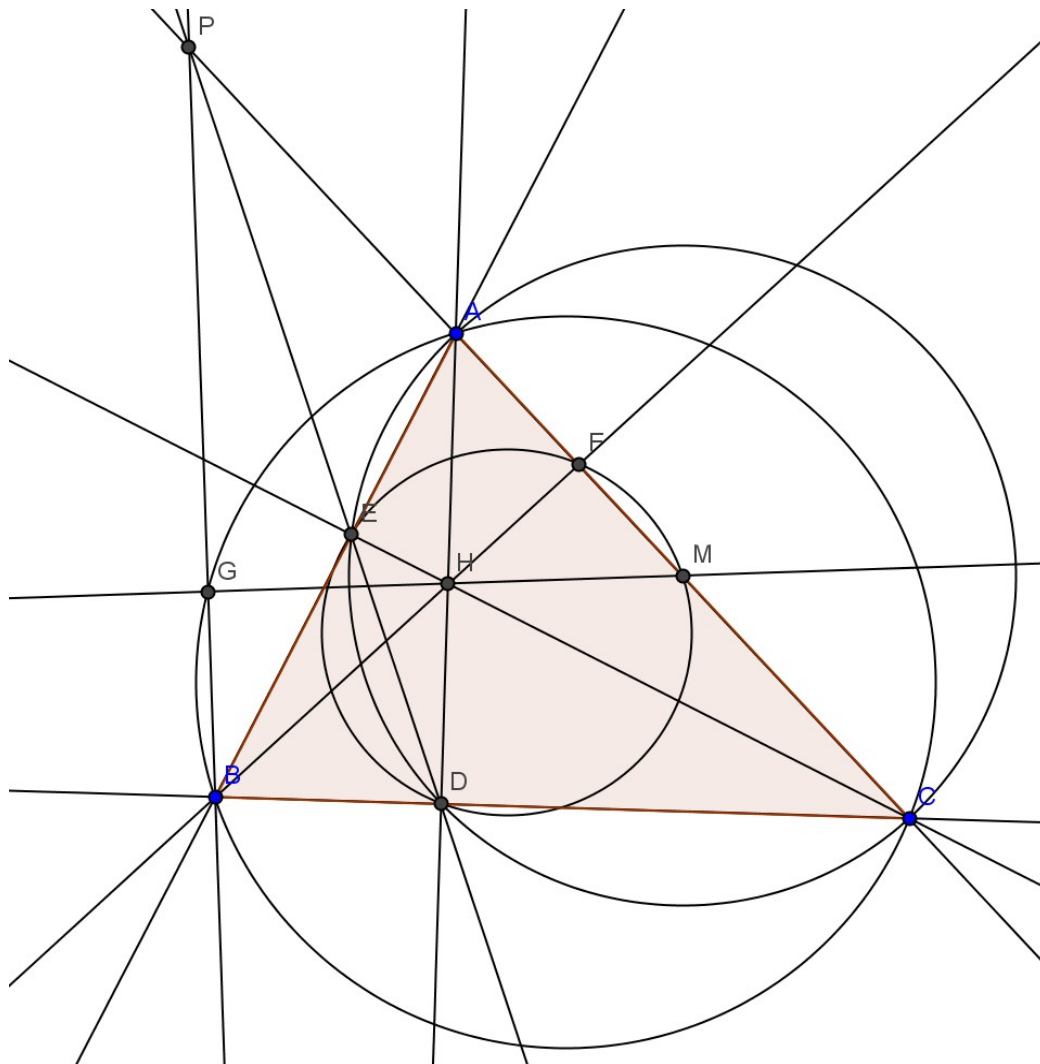
Problema 776.

ABC es un triángulo escaleno. Denotamos por (Γ) el círculo circunscrito, el ortocentro H, las alturas AD y CE, M el punto medio del lado AC. La recta (DE) y la recta (AC) se cortan en el punto P.

Demostrar que las rectas (BP) y (HM) son perpendiculares y que su punto de encuentro es en el círculo (Γ) .

Fondanaiche, P.(2016: Comunicación personal.

Solución del director:



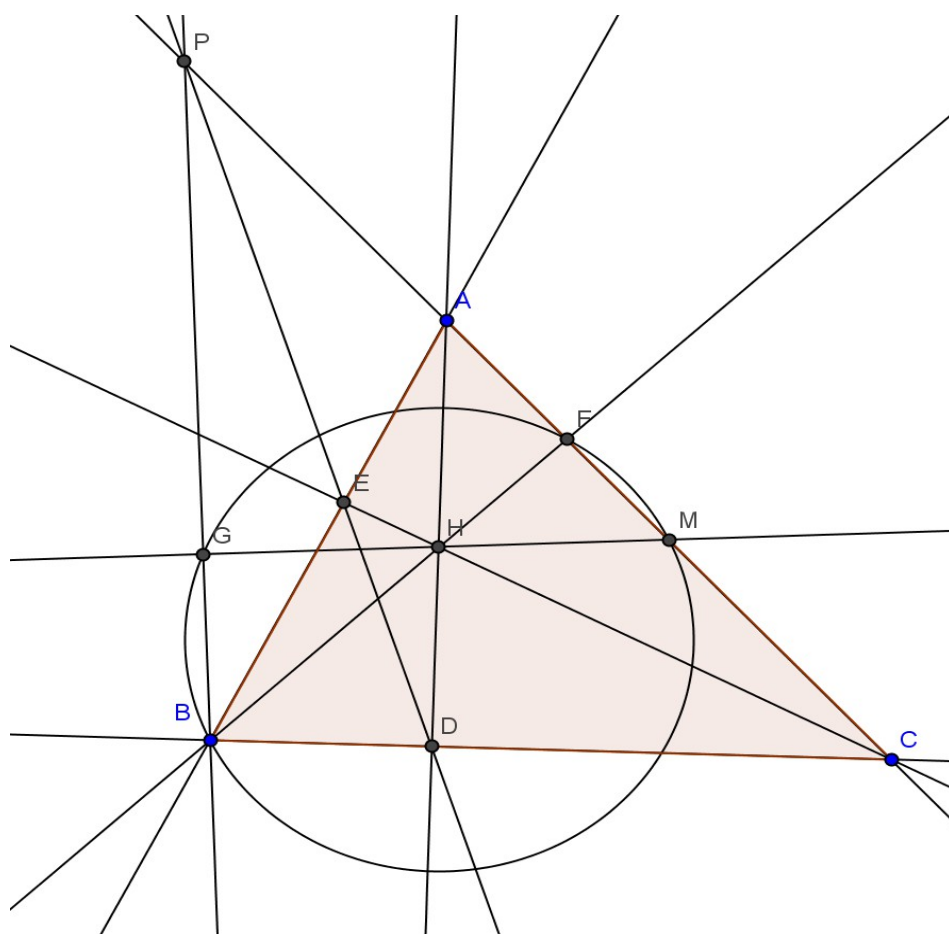
Consideremos la circunferencia de Euler Ω que contiene E, D, M y F, siendo F el pie de la altura del vértice B.

Consideremos la circunferencia Σ de diámetro AC que contiene a E y D.

Ω y Σ tienen en común E y D. Por ello, $PF \cdot PM = PE \cdot PD = PA \cdot PC$.

Sea G el punto de corte de Γ con PB, de donde $PG \cdot PB = PA \cdot PC = PF \cdot PM$.

Así los puntos G, B, F, M son concíclicos en una circunferencia Ψ



cuyo diámetro es BM . Por lo tanto, MG es perpendicular a PB , y contiene a H , cqd.