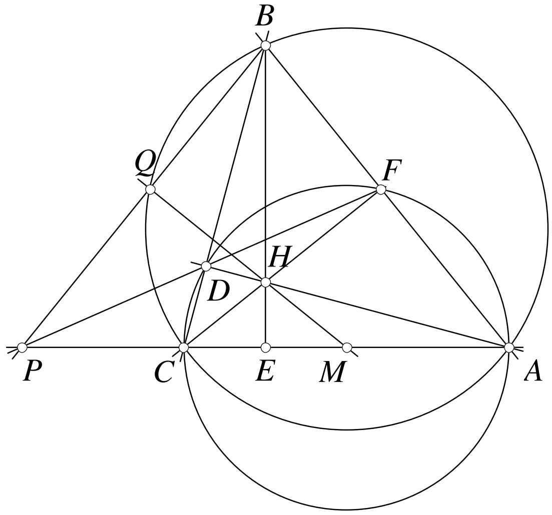
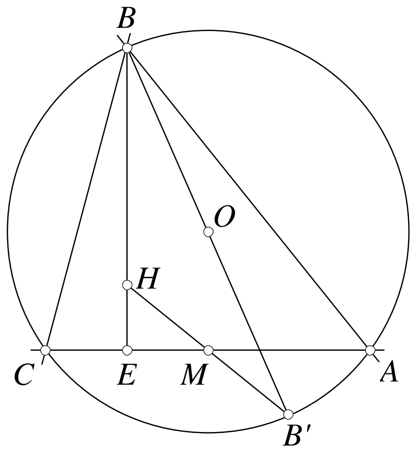
Problema 776 de *triánguloscabri*. *ABC es un triángulo escaleno. Denotamos por (Γ) el círculo circunscrito, el ortocentro H, las alturas AD y CF, M el punto medio del lado AC. La recta (DF) y la recta (AC) se cortan en el punto P. Demostrar que las rectas (BP) y (HM) son perpendiculares y que su punto de encuentro es en el círculo (Γ).*

Propuesto por Philippe Fondanaiche.



Solución de *Francisco Javier García Capitán*. Considerando la circunferencia de diámetro CA, la recta PH es la polar de B y BH es la polar de P, por lo que H el polo de la recta PB y por eso, PB es perpendicular a MH.

Para demostrar que Q está en la circunferencia circunscrita a ABC, bastará comprobar que la recta MH pasa por el punto simétrico B' de B respecto del circuncentro O.



Para ello, usamos números complejos, situando el triángulo inscrito en la circunferencia unidad, y representando el afijo de cada punto con la letra minúscula correspondiente. Entonces tenemos

$h + b' = (a + b + c) + b' = (a + b + c) + (-b) = a + c = 2m$, por lo que M es el punto medio del segmento HB'.