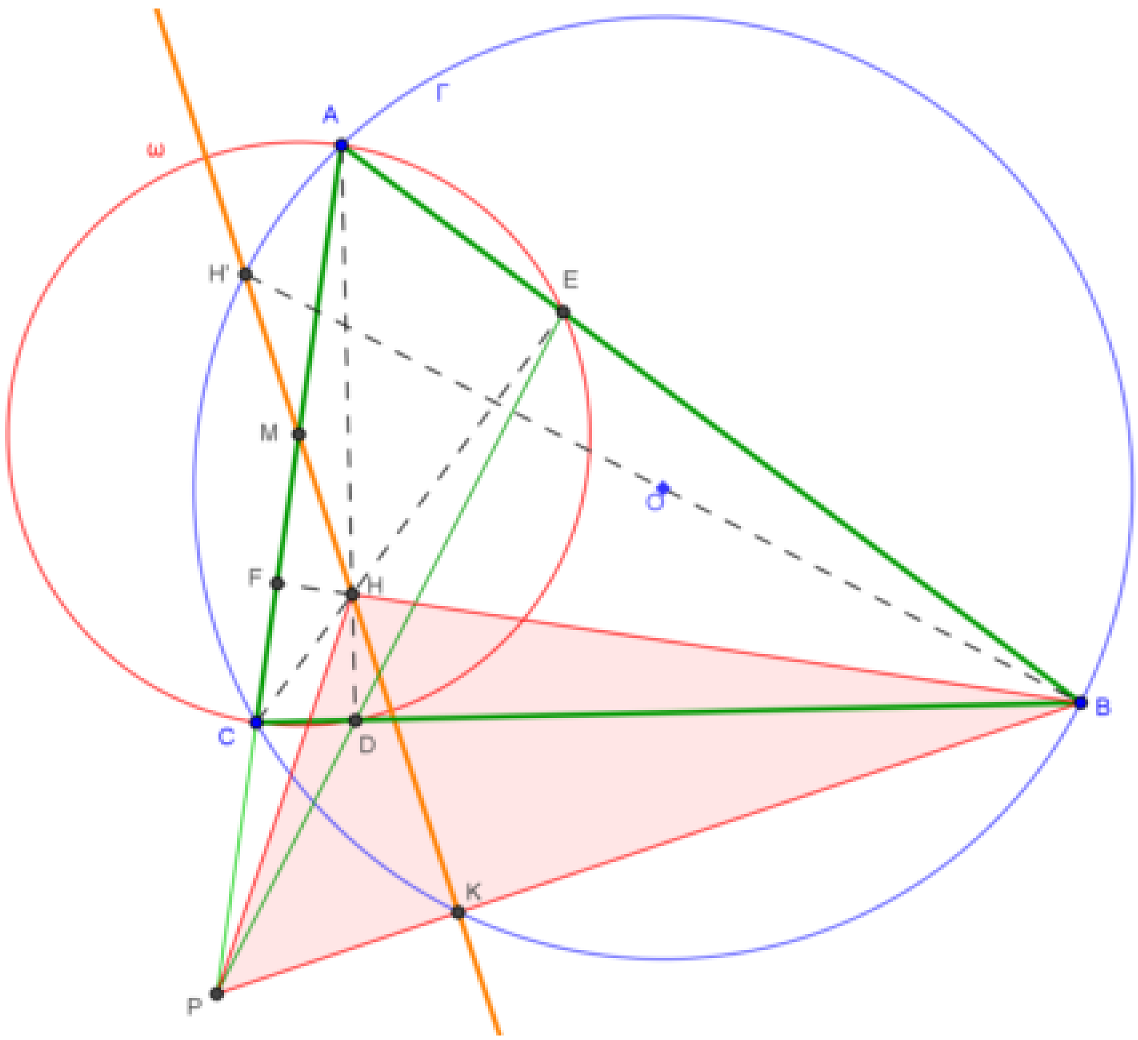
Problema 776.- *ABC es un triángulo escaleno. Denotamos por (Γ) el círculo circunscrito, el ortocentro H, las alturas AD y CE, M el punto medio del lado AC. La recta (DE) y la recta (AC) se cortan en el punto P.*

Demostrar que las rectas (BP) y (HM) son perpendiculares y que su punto de encuentro es en el círculo (Γ).

Fondanaiche, P. (2016): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



El cuadrilátero $CDEA$ es cíclico; sea ω la circunferencia, de centro M, donde está inscrito. Su triángulo diagonal es PHB.

Según el problema número 168, de esta revista, de la primera quincena de mayo de 2004,

http://www.aloj.us.es/rbarroso/trianguloscabri/sol/sol168sat.htm

el ortocentro de PHB es el centro M de ω y por tanto BP es perpendicular a HM como pretendíamos demostrar.

Sea K el punto de encuentro de HM y BP y sea H' el simétrico de H respecto de M. Es sabido que H' está en Γ y es diametralmente opuesto a B, como se prueba en el problema número 233 de esta revista, de la segunda quincena de marzo de 2005,

http://www.aloj.us.es/rbarroso/trianguloscabri/sol/sol233sat.htm.

Por tanto el triángulo $H'KB$, rectángulo en K, ha de tener K en Γ. Y concluimos.■