Extra veraniego. Del 1 de Julio al 31 de Agosto de 2016.

***Problema* 781.**

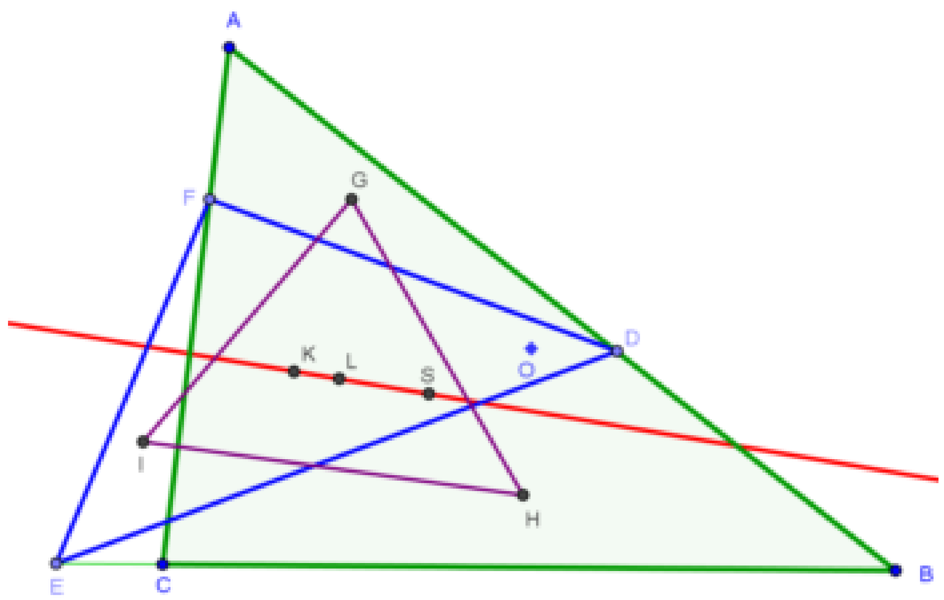
B.4797.

En el triángulo ABC, D, E y F son puntos arbitrarios interiores de los lados AB, BC y CA respectivamente. Sean G, H e I los baricentros de los triángulos ADF, BED y CFE respectivamente. Por último sean S, K y L los baricentros de los triángulos ABC, DEF y GHI. Demostrar que los puntos S, K y L están alineados.

N.D. El director generaliza los puntos D, E y F a las rectas que comprenden los lados de ABC y añade que se verifica que SK=3LK.

Miklós, Sz. (2016), Komal May. n

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Que el punto W sea el baricentro del triángulo XYZ equivale a la igualdad vectorial

$$3OW = OX + OY + OZ$$

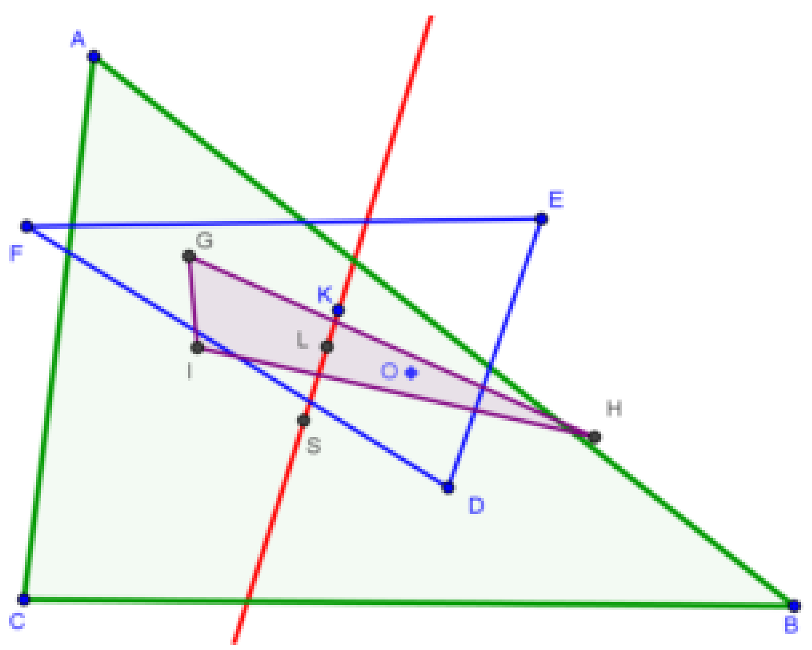
para cualquier punto O del plano. En la figura se ha tomado el circuncentro del triángulo ABC.

Aplicando esa caracterización del baricentro, tenemos las siguientes ecuaciones vectoriales:

$$3OG = OA + OD + OF;\ \ 3OH = OB + OD + OE;$$
$$3OI = OC + OE + OF;$$

$$3OS = OA + OB + OC;\ 3OK = OD + OE + OF;\ 3OL = OG + OH + OI$$

A partir de esta última y por sustitución se tiene



$$3OL = \frac{1}{3}\big((OA + OB + OC) + 2(OD + OE + OF)\big) = OS + 2OK = OL + 2OL$$

De la última se sigue $2LK = SL$. Esta relación expresa la alineación de los puntos L, K y S y también que $SK = 3LK$. En la demostración no se utiliza que los puntos que aparecen ocupen un lugar determinado en el plano, por tanto, esa relación es válida cualquiera que sea su posición como mostramos en la última figura. ■