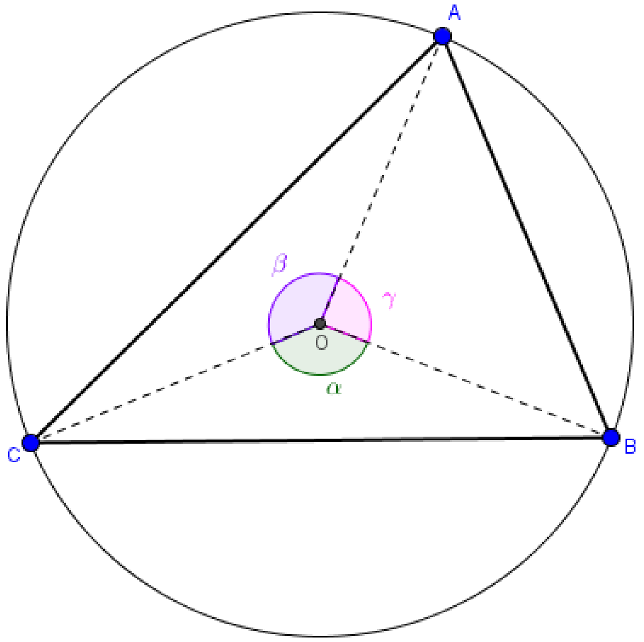
Problema 782.-

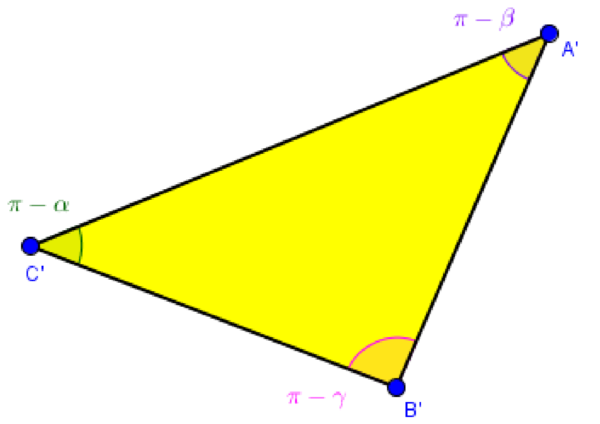
Sea ABC un triángulo y O su circuncentro. Sea A'B'C' otro triángulo de lados A' B', B' C' y C'A' paralelos respectivamente a OA, OB, y OC. Si trazamos por A', B', C', respectivamente s, r y t paralelas a AC, AB y a BC, s, r y t se intersecan en el incentro de A' B' C'.

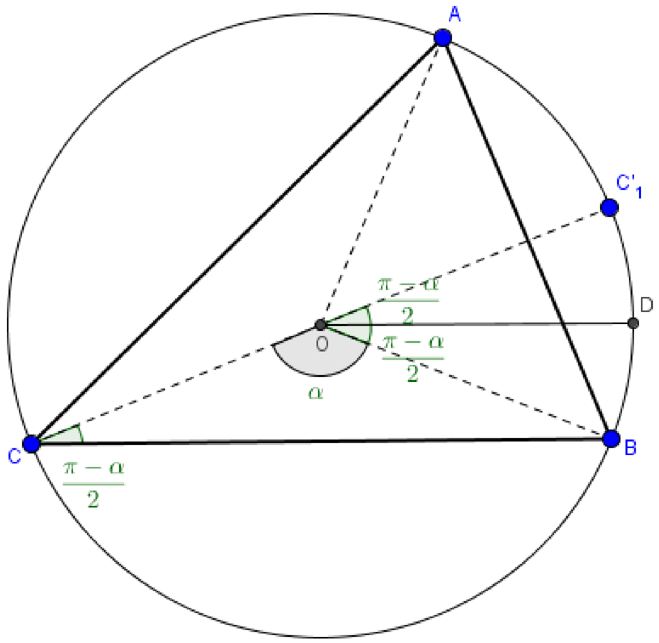
Wolstenholme, J. (1867): A Book of Mathematical Problems on Subjects Included in the Cambridge Course (p. 6)

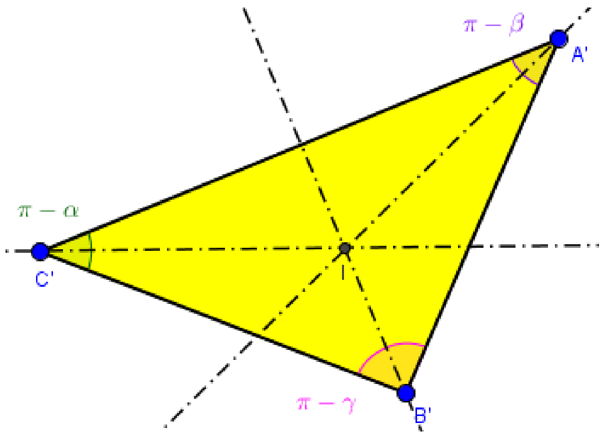
Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor de Matemáticas del IES Blas Infante de Córdoba.

Siguiendo las instrucciones del enunciado, construimos el triángulo $A^{'}B^{'}C^{'}$. Llamando $\alpha, \beta\ y\ \delta$ a los ángulos $\measuredangle BOC, \measuredangle COA\ y\ \measuredangle AOB$, respectivamente, tenemos que $\alpha+\beta+\gamma=2\pi$. El triángulo construido $A^{'}B^{'}C^{'}$ tiene como ángulos $\measuredangle A^{'}=\pi-\beta,\ \ \measuredangle B^{'}=\pi-\gamma\ \ y\ \ \measuredangle C^{'}=\pi-\alpha$. Notamos que, en efecto, esta construcción es posible ya que $\measuredangle A^{'}+\measuredangle B^{'}+\measuredangle C^{'}=\pi$.









Por otra parte, en el triángulo inicial ABC, sea C'_1el punto diametralmente opuesto al vértice C.

Tenemos que así el lado paralelo a BC por el punto O es bisectriz del ángulo $\measuredangle C'_1OB=\pi-\alpha$, por ser este el ángulo central que abarca el mismo arco en la circunferencia que el ángulo inscrito $\measuredangle C'_1CB$.

Por tanto, la recta *t*, paralela al lado BC por el vértice C' será su bisectriz interior.

De igual modo, las rectas, *r* y *s*, serán las bisectrices interiores de los otros dos vértices en B' y A', respectivamente.

En definitiva, las rectas *s, r* y *t* se intersecan en el incentro del triángulo $A^{'}B^{'}C^{'}$, $\quad cqd.$ ■