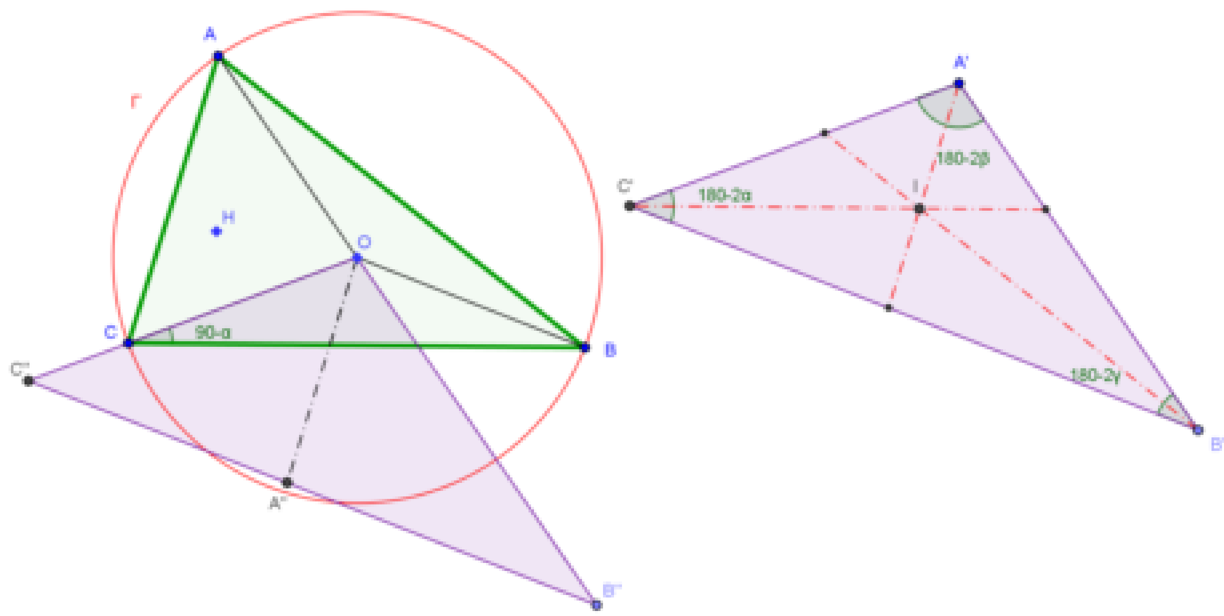
Problema 782.-

41. Sea ABC *un triángulo y* O *su circuncentro. Sea* $A'B'C'$ *otro triángulo de lados* $A'B', B'C'$ *y* $C'A'$ *paralelos respectivamente a* OA, OB *y* OC*. Si trazamos por* A', B', C' *respectivamente* s, r *y* t *paralelas a* AC, AB *y a* BC*,* s, r *y* t *se intersecan en el incentro de* $A'B'C'$*.*

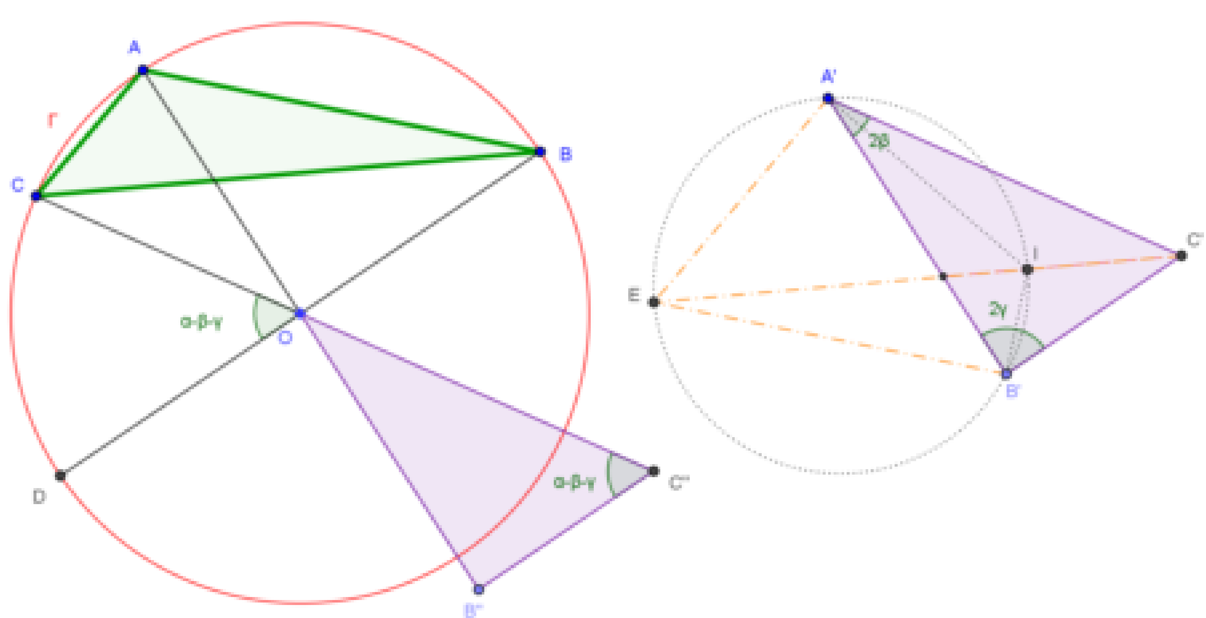
Wolstenholme, J. (1867): A Book of Mathematical Problems on Subjetcts Included in the Cambrige Course (p. 6).

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



El punto A' puede elegirse arbitrariamente, podemos suponerlo coincidente con el circuncentro O (basta con aplicarle una traslación de vector $A'O$ al triángulo $A'B'C'$). El ángulo $C'A'B'$ es el suplementario del ángulo COA, por tanto igual a $180 - 2\beta$. El triángulo así formado es semejante al triángulo órtico pues sus ángulos son de igual magnitud que los de éste.

Dado que O y H son conjugados isogonales, el ángulo OCB mide $90 - \alpha$, que es la mitad del ángulo en C', por tanto, la paralela a CB por C' es la bisectriz de este ángulo, con lo cual podríamos concluir el problema.



Si el triángulo ABC es obtusángulo el resultado no es cierto en general. El ángulo en A' es 2β. El ángulo en B' es 2γ. Las rectas paralelas del problema ahora NO se cortan en el incentro I del triángulo, sino en uno de los excentros E.■