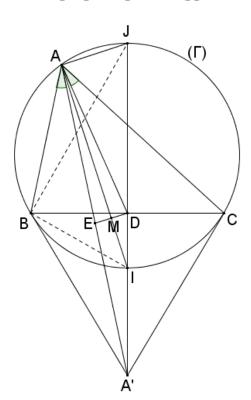
Problema 783.-

28. Si D es el punto medio del lado BC de un triángulo ABC y las tangentes a B, C de la circunferencia circunscrita se cortan en A', los ángulos BAA' y CAD son iguales.

Wolstenholme, J. (1867): A Book of Mathematical Problems on Subjects Included in the Cambridge Course (p. 5)

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Par construction la droite BC est la polaire du point A' par rapport au cercle (Γ) circonscrit au triangle ABC.

Si on désigne par I et J les points d'intersection de la droite A'D médiatrice de BC avec le cercle (Γ), les points alignés A,I,D,J sont donc en division harmonique et les droites BI et BJ – respectivement bissectrice intérieure et bissectrice extérieure du triangle BDA' – constituent un faisceau harmonique avec les droites BA' et BD.

Les quatre droites AA',A'D,AI et AJ constituent elles aussi un faisceau harmonique tel que la parallèle issue de D à AJ rencontre respectivement les droites AA' et AI aux points E et M tels que M est le milieu de DE. AJ étant perpendiculaire à AI, la droite AI est médiatrice de DE. C'est aussi la bissectrice de \angle A'AD. D'où \angle BAA' = \angle BAI - \angle A'AI = \angle CAI - \angle DAI = \angle CAD. Cqfd.