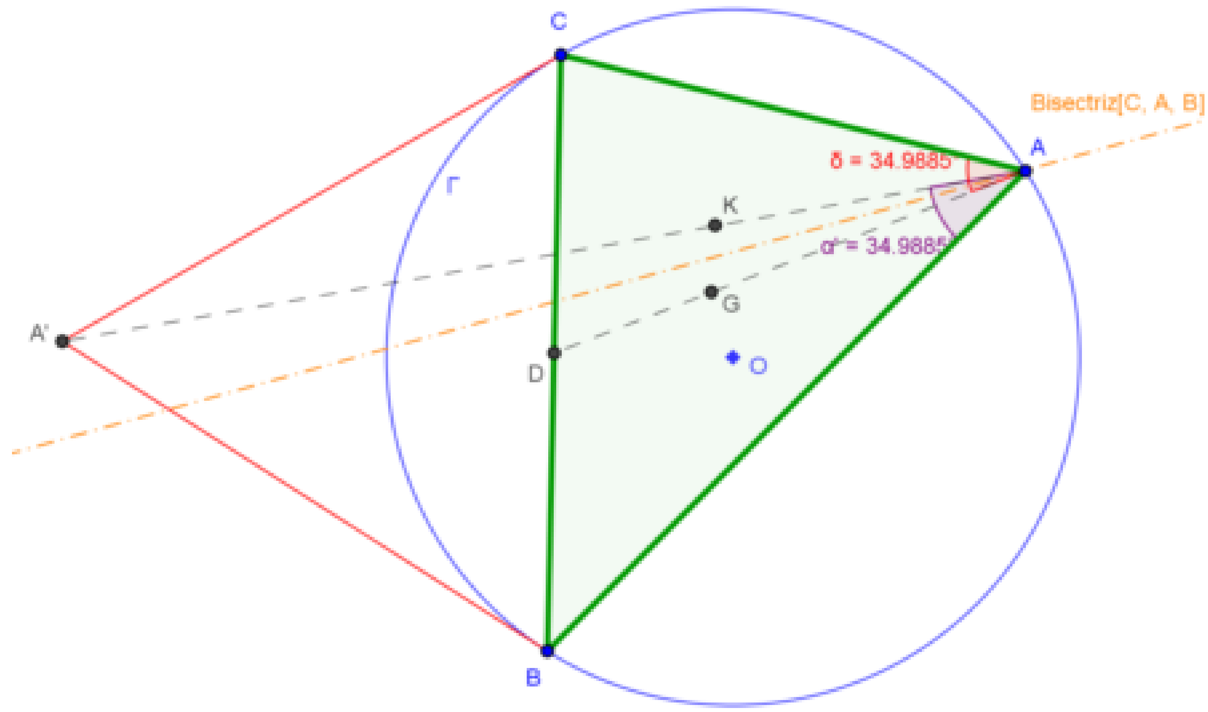
Problema 783.-

28. *Si D es el punto medio del lado BC de un triángulo ABC y las tangentes a B, C de la circunferencia circunscrita se cortan en A', los ángulos BAA' y CAD son iguales.*

Wolstenholme, J. (1867): A Book of Mathematical Problems on Subjetcts Included in the Cambrige Course (p. 5)

N. del D. Según varios historiadores, la primera vez que se utilizó isógona fue por J. Casey en "**Theory of isogonal and isotomic points of antiparallel and symedians lines**", en "A sequel to the first six books of the elements of euclid", 1888.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Lo que se pide en este problema es demostrar que las rectas AD y AA' son isogonales. Dado que AA' es una mediana, para que esto sea cierto, AA' ha de contener al punto simediano del triángulo.

Usando coordenadas baricéntricas relativas al triángulo ABC, tenemos para los vértices del triángulo tangencial –formado por las tangentes en los vértices del triángulo ABC a la circunferencia circunscrita– $A' = (-a^2 : b^2 : c^2)$ y expresiones análogas para los otros vértices. Este triángulo es semejante al triángulo órtico (el ángulo en A' mide $180 - 2\alpha$) y está en perspectiva con el triángulo ABC, siendo el simediano $K = (a^2 : b^2 : c^2)$ el centro de perspectiva, pues los puntos A, A' y K están alineados como es fácil de comprobar.

Y con esto concluimos. ■