Pr. Cabri 785

Enunciado

Problema 785.

El lado BC del triángulo ABC se extiende desde C hacia D tal que CD=BC.

El lado CA se extiende desde A hacia E tal que AE=2CA.

Demostrar que si y solo si AD=BE, el triángulo ABC es rectángulo.

Solución de César Beade Franco

Consideremos los puntos A(a,b), B(-1,0) y C(1,0).

De CD=BC deducimos que D=(3,0) y de AE=2CA que E=(3a-2,3b).

Así que AD=BE $\Leftrightarrow \sqrt{(3a-1)^2+(3b)^2} = \sqrt{(a-3)^2+b^2} \Leftrightarrow a^2+b^2=1$, lo que significa que A está sobre la circunferencia de diámetro BC.