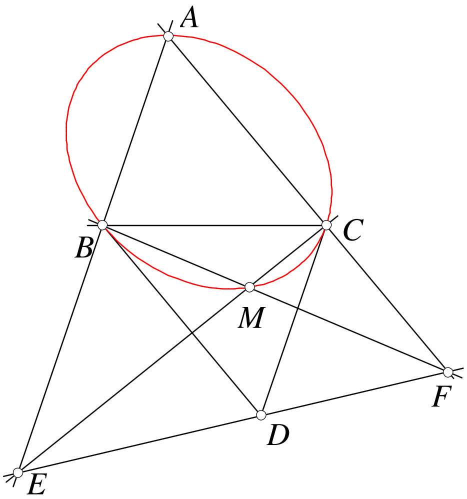
Problema 795 de *triánguloscabri*. 11. *Se dan dos triángulos equiláteros ABC y DBC, que tienen en común el lado BC. Por el punto D se traza una secante variable que corta a la prolongación del lado AB en E y a la del lado AC en F* (leve modificación del original, en el que F ha de estar situado entre A y C).

Hallar el lugar geométrico del punto de encuentro M de las rectas BF y CE.

Puig Adam (1986): Curso de Geometría Métrica. Tomo II (p. 324).

Solución de Francisco Javier García Capitán. Vamos a relajar las hipótesis y suponer que ABC es un triángulo cualquiera y D es un punto cualquiera.



Usamos coordenadas baricéntricas.

Si $D = (u : v : w)$ y escribimos $E = (1 : t : 0)$ obtenemos que $F = (tu - v : 0 : tw)$ y $M = (tu - v : t(tu - v) : tw)$. Al variar t entonces M describe la cónica $-uyz + vzx + wxy = 0$, es decir, la circuncónica con perspector $(-u : v : w)$, el vértice A' del triángulo anticeviano $A'B'C'$ de D.

Si $D = (-1 : 1 : 1)$ es el punto simétrico de A respecto del punto medio de BC, es decir $ABDC$ es un paralelogramo, el lugar geométrico de M será la circumcónica con perspector $G = (1 : 1 : 1)$, con ecuación $yz + zx + xy = 0$, es decir la circunelipse de Steiner del triángulo ABC.

En el caso particular de que ABC sea equilátero, tendremos como lugar geométrico de M: *la circunferencia circunscrita a ABC*.