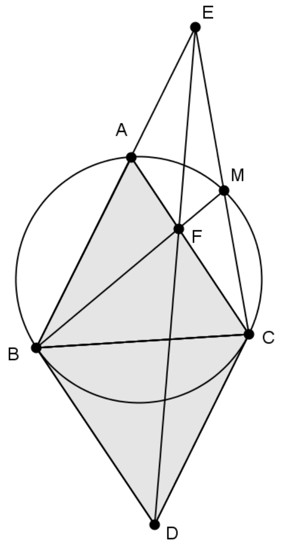
Problema 795

11.- Se dan dos triángulos equiláteros ABC y DBC, que tienen en común el lado BC. Por el punto D se traza una secante variable que corta a la prolongación del lado AB en E y a la del lado AC en F (leve modificación del original, en el que F ha de estar situado entre A y C).

Hallar el lugar geométrico del punto de encuentro M de las rectas BF y CE.

Puig Adam (1986): Curso de Geometría métrica. Tomo II (p. 324).

Solución de Nikolaos Dergiades, profesor jubilado (Experimental school of Thessaloniki University, Greece)



From the similarity of triangles *EBD*, *DCF*,
(they have parallel sides because *ABDC* is a rhombus)
we have $\frac{EB}{BD}=\frac{DC}{CF}\Rightarrow\frac{EB}{BC}=\frac{BC}{CF}$ which means, since $\angle CBE=\angle FCB=\frac{\pi}{3}$, that the triangles *CBE*, *FCB* are similar and hence $\angle ECB=\angle BFC$ or $\angle MCA+\frac{\pi}{3}=\angle MBA+\frac{\pi}{3}$ or $\angle MCA=\angle MBA$. This means that the quadrilateral *ABCM* is cyclic and hence the locus of the point *M* is the arc *AC* of the circumcircle of triangle *ABC*.