Problema 802. Construir el triángulo cuyos datos son: a, m_a, $b-c$ (Aclaración del director: en este problema, m_a es la mediana del vértice A).

Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.
Julián Santamaría Tobar es profesor de Dibujo del IES La Serna de Fuenlabrada.

Solución de Ercole Suppa.

ANÁLISIS.

A partir de la relación conocida

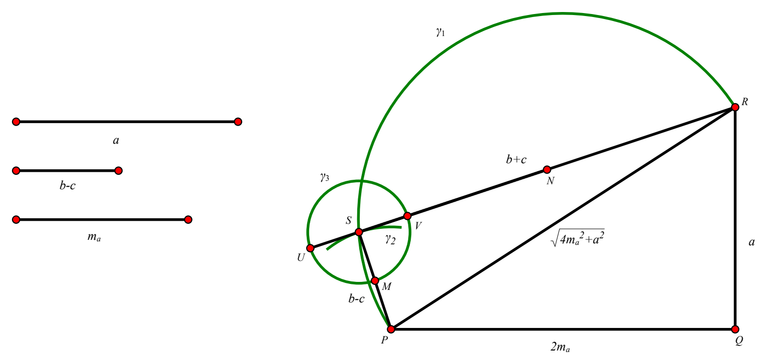
$$4m_a^2 + a^2 = 2b^2 + 2c^2$$

tenemos que

$$4m_a^2 + a^2 = (b+c)2 + (b-c)^2 \qquad (\star)$$

Por $(\star)$, conociendo a, m_a y $b-c$ podemos encontrar $b+c$. Entonces de $b+c$ y $b-c$ podemos obtener b y c. Tenemos por tanto, la siguiente:

CONSTRUCCIÓN.

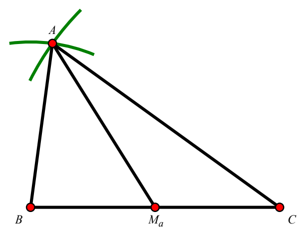


- dibujar un segmento PQ de longitud $2m_a$;
- dibujar el segmento QR de longitud a y perpendicular a PQ;
- dibujar el semicírculo γ_1 de diámetro $PR = \sqrt{4m_a^2 + a^2}$;
- dibujar el círculo γ_2 con centro en P y radio $b-c$;
- construir el punto $S = \gamma_1 \cap \gamma_2$;
- construir el punto medio M de PS;
- construir el punto medio N de SR;
- dibujar el círculo γ_3 con centro en S y radio $SM = \frac{b-c}{2}$;

- observamos que $SR = b + c$ y luego

$$NU = NS + SU = \frac{b+c}{2} + \frac{b-c}{2} = b$$
$$NV = NS - SV = \frac{b+c}{2} - \frac{b-c}{2} = c$$

- conociendo los tres lados $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ el triángulo $\triangle ABC$ se puede construir fácilmente



Discusión.

El problema admite una solución si $b - c < a$ y $4m_a^2 + a^2 - (b-c)^2 > 0$. $\square$