Problema 803

Construïu un triangle coneguts $a, h_a, b+c$.

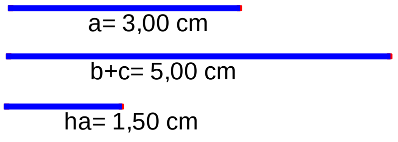
Solució de Ricard Peiró i Estruch:

Aplicant l'àrea del triangle:

$a \cdot h_a = (a+b+c)r$, on r és el radi de la circumferència inscrita al triangle.

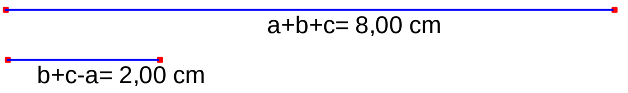
$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{2r}{b+c-a}$.

Procés de construcció:

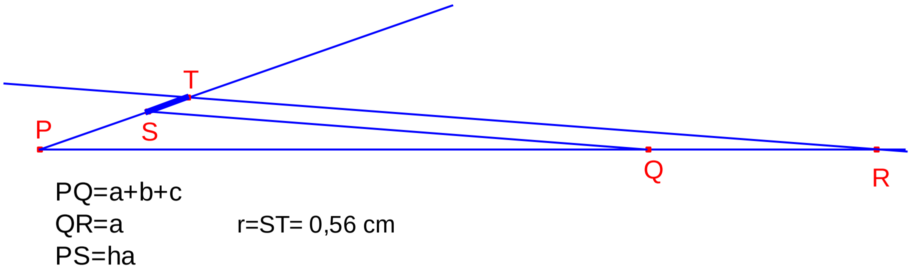


Siguen coneguts $a, h_a, b+c$.

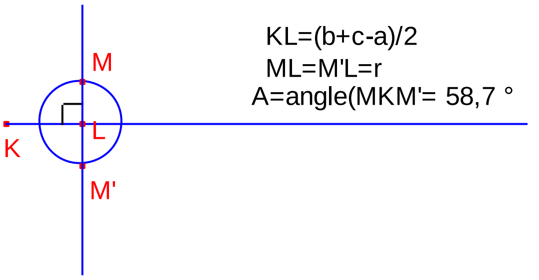
Construïm $a+b+c$ i $b+c-a$:



Construïm r com quart proporcional $\frac{a+b+c}{h_a} = \frac{a}{r}$:



Construïm l'angle A, $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{2r}{b+c-a}$:

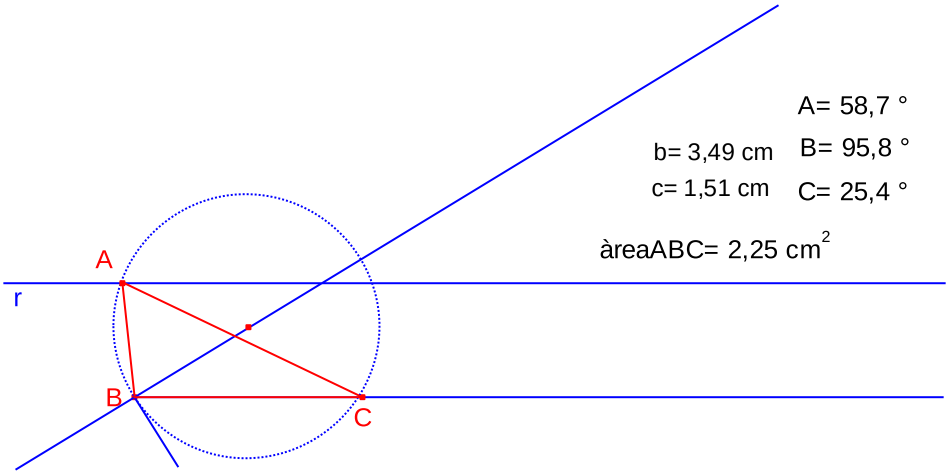


Dibuixem el costat $a = \overline{BC}$.

Dibuixem la recta r paral·lela a BC a una distància h_a.

Dibuixem l'arc capaç A sobre el segment $\overline{BC}$.

Dibuixem el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$



Resolem el cas particular, algebraicament:

Siga $a = 3, b + c = 5, h_a = \frac{3}{2}$.

Aplicant l'àrea del triangle:

$\frac{3 \cdot \frac{3}{2}}{2} = \frac{\sqrt{8 \cdot 2(-2c+8)(2c-2)}}{4}$. Resolent l'equació:

$c = \frac{20 - 3\sqrt{7}}{8}$, aleshores, $b = \frac{20 + 3\sqrt{7}}{8}$, o la simètrica.