Problema 803

Construir un triángulo conocidos $a, h_a, b+c$.

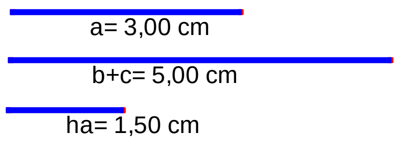
Solución de Ricard Peiró i Estruch:

Aplicando el área del triángulo:

$a \cdot h_a = (a+b+c)r$, donde r es el radio de la circunferencia inscrita al triángulo.

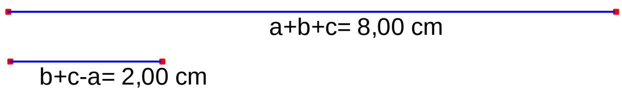
$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{2r}{b+c-a}$.

Proceso de construcción:

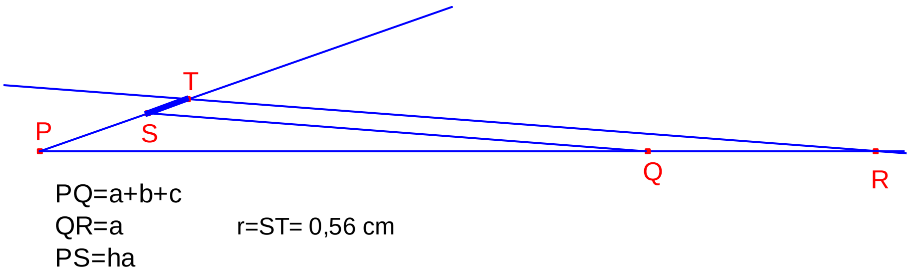


Sean conocidos $a, h_a, b+c$.

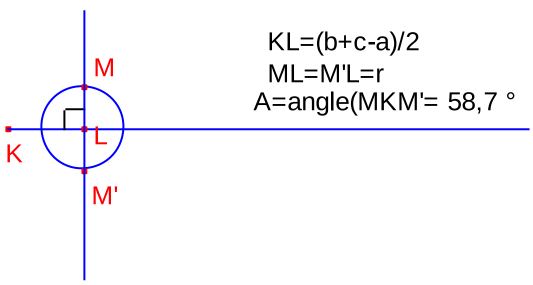
Construimos $a+b+c$ y $b+c-a$:



Construimos r como cuarto proporcional $\frac{a+b+c}{h_a} = \frac{a}{r}$:



Construimos el ángulo A, $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{2r}{b+c-a}$:

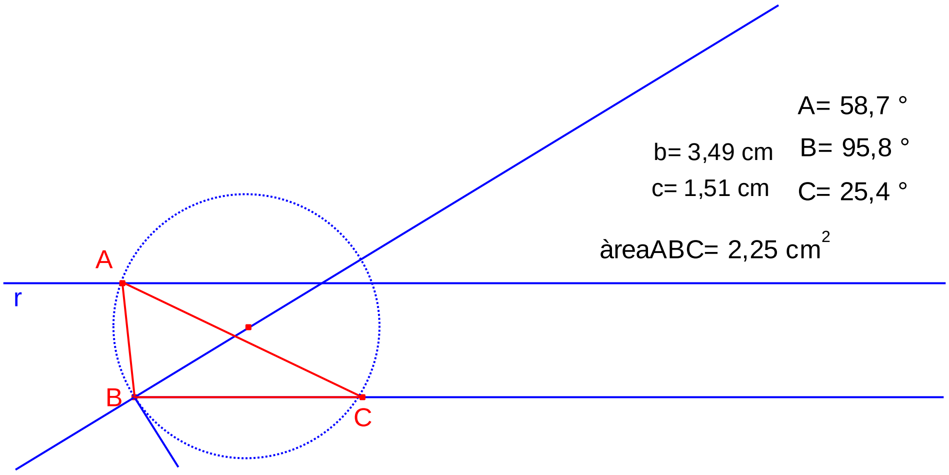


Dibujamos el lado $a = \overline{BC}$.

Dibujamos la recta r paralela a BC a una distancia h_a.

Dibujamos el arco capaz A sobre el segmento $\overline{BC}$.

Dibujamos el triángulo $\overset{\Delta}{ABC}$



Resolvemos el caso particular, algebraicamente:

Siga $a = 3, b + c = 5, h_a = \frac{3}{2}$.

Aplicando el área del triángulo:

$$\frac{3 \cdot \frac{3}{2}}{2} = \frac{\sqrt{8 \cdot 2(-2c+8)(2c-2)}}{4}$$. Resolviendo la ecuación:

$c = \frac{20 - 3\sqrt{7}}{8}$, entonces, $b = \frac{20 + 3\sqrt{7}}{8}$, o la simétrica.