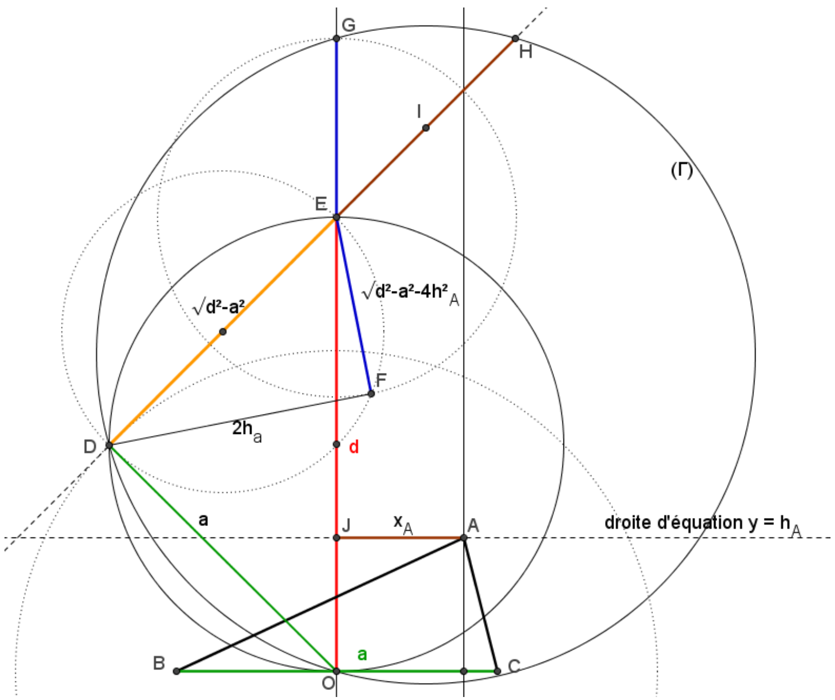
Problema 803
Construir el triángulo cuyos datos son: a, h_a, b+c.
Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Soient BC = a et b + c = d avec b + c > a
La droite (Δ) parallèle au côté BC à une distance égale à h_a contient le sommet A du triangle ABC.
Le lieu des points X tels que XB + XC = d est une ellipse (E) de foyers B et C et ayant pour pour grand axe le segment MP = $\frac{d}{2}$ et pour petit axe le segment MQ = $\frac{\sqrt{d^2-a^2}}{2}$.Cette ellipse (E) a pour équation $\frac{x^2}{d^2}+\frac{y^2}{d^2-a^2}=\frac{1}{4}$.

Pour $h_a < \frac{\sqrt{d^2-a^2}}{2}$, elle coupe la droite (Δ) en deux points. Si l'on retient le point A de coordonnées positives, on obtient:

$y_A = h_a$ et $x_A = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{d^2-a^2-4h_a^2}{d^2-a^2}}$

Il est possible de tracer à la règle et au compas le point A dès lors que l'expression donnant x_A contient exclusivement des formes quadratiques.
A partir du segment BC = a sur l'axe des abscisses et du segment OE = d sur l'axe des ordonnées, on trace (voir figure ci-contre) en appliquant le théorème de Pythagore:

- le segment DE de longueur $\sqrt{d^2-a^2}$,
- le segment EF de longueur $\sqrt{d^2-a^2-4h_a^2}$,
- le cercle (Γ) circonscrit au triangle ODG,
- le segment EG sur l'axe des ordonnées tel que EG = EF,
- le point H à l'intersection de la droite DE et du cercle (Γ) . D'où le segment EH qui satisfait la relation DE*EH = OE*EG,c'est à dire: $2x_A\sqrt{d^2-a^2}=d\sqrt{d^2-a^2-4h_a^2}$.

Le point I étant le milieu de EH, on déduit EI puis JA sur la droite d'équation y = h_a D'où JA = EI = x_A