Problema 804

Construïu un triangle coneguts $a, h_a, b-c$.

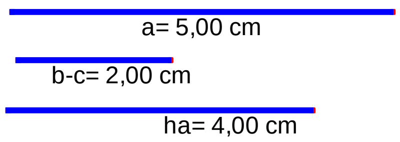
Solució de Ricard Peiró i Estruch:

Aplicant l'àrea del triangle:

$a \cdot h_a = (a+b-c)r_c$, on r_c és el radi de la circumferència exinscrita al triangle tangent al costat c.

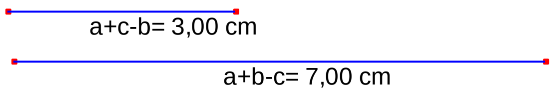
$$\mathrm{ctg}\frac{A}{2} = \frac{2r_c}{a+b-c}.$$

Procés de construcció:

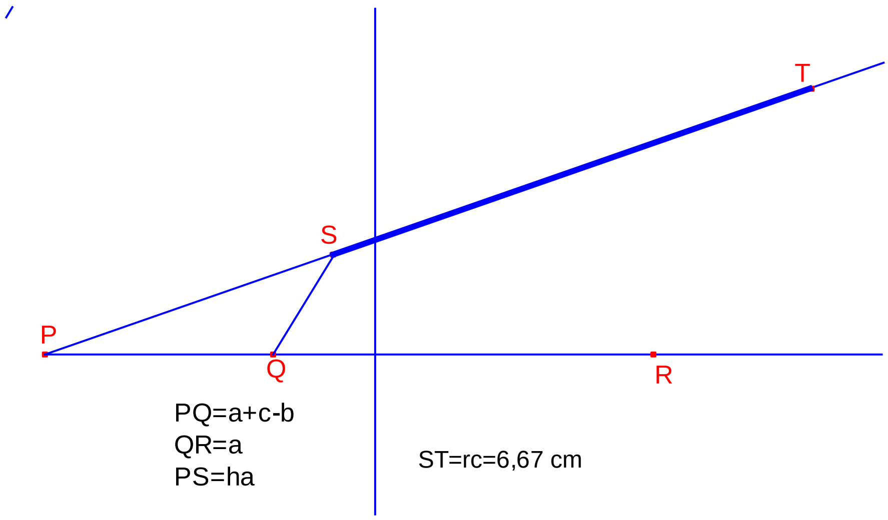


Siguen coneguts $a, h_a, b-c$.

Construïm $a+c-b$ i $a+b-c$:

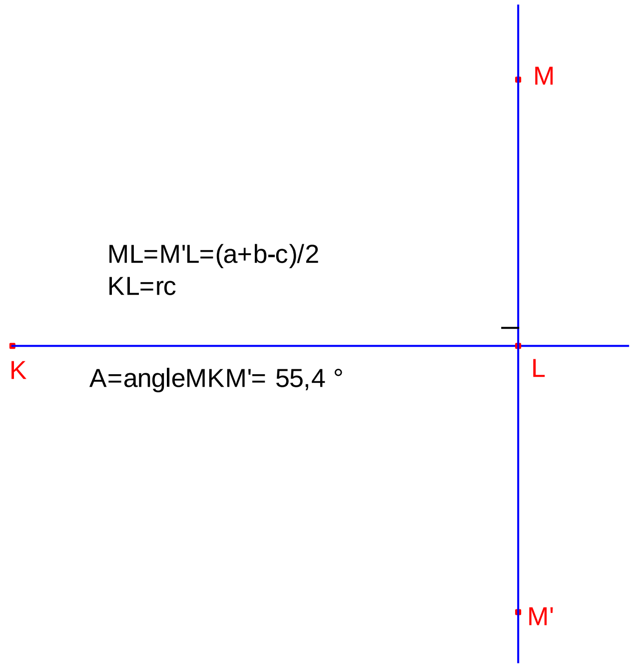


Construïm r_c com quart proporcional $\frac{a+c-b}{h_a} = \frac{a}{r_c}$:



Construïm l'angle A, $ctg\frac{A}{2}=\frac{2r_c}{a+b-c}$, $tg\frac{A}{2}=\frac{a+b-c}{2r_c}$

.

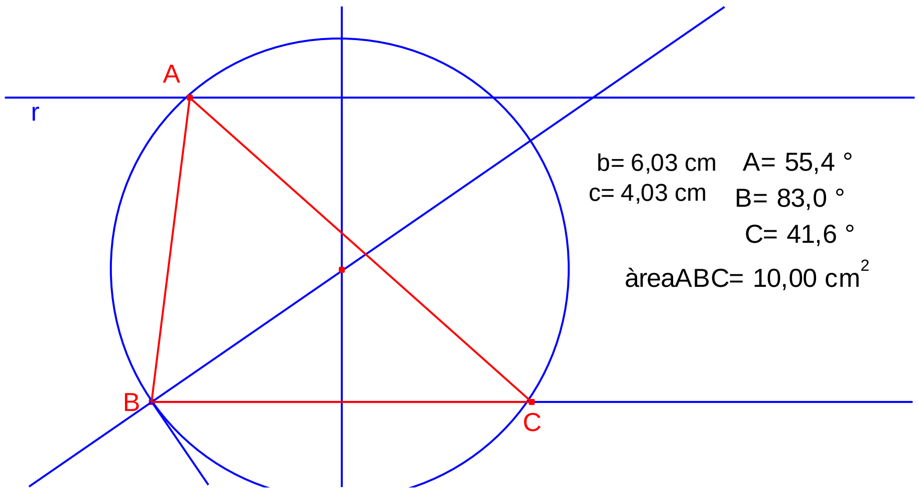


Dibuixem el costat $a=\overline{BC}$.

Dibuixem la recta r paral·lela a BC a una distància h_a.

Dibuixem l'arc capaç A sobre el segment $\overline{BC}$.

Dibuixem el triangle $\overset{\Delta}{ABC}$



Resolem el cas particular, algebraicament:

Siga $a=5, b-c=2, h_a=4$.

Aplicant l'àrea del triangle:

$\frac{5\cdot 4}{2}=\frac{\sqrt{(7+2c)(2c-3)7\cdot 3}}{4}$. Resolent l'equació:

$c=\frac{-42+5\sqrt{1785}}{42}\approx 4.0297$, aleshores, $b=\frac{42+5\sqrt{1785}}{42}\approx 6.0297$.