Problema 805

9.- Si la recta de Euler es paralela al lado BC del triángulo, los ángulos B y C satisfacen

tg B tg C =3

Coxeter, H.S.M. (1961, 1969): Introduction to Geometry. Second Edition, (pag 18)

Solución del director.

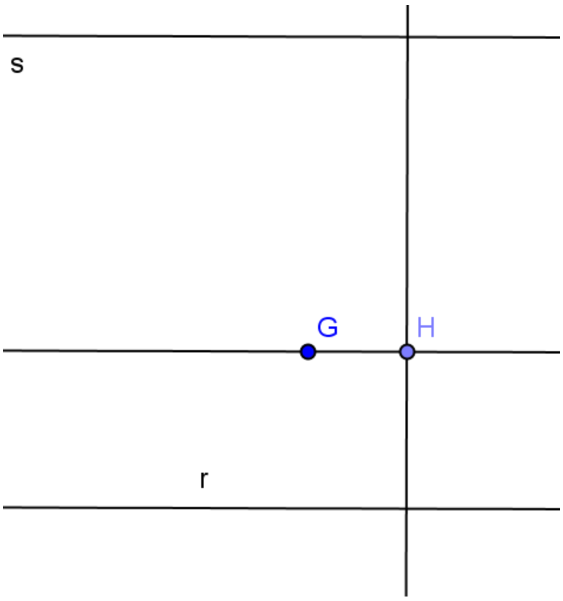
¿Cómo construir tal triángulo?

Tomemos dos puntos, G, baricentro y H , ortocentro como puntos de partida.

Construyamos la recta GH.

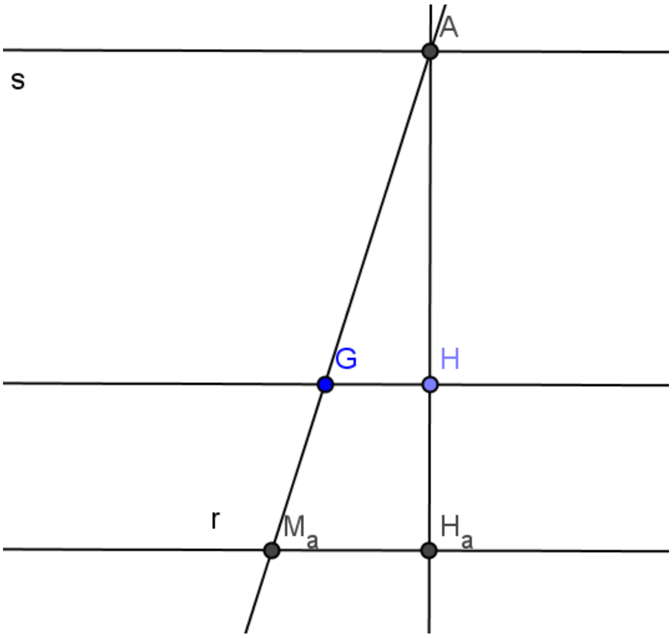
Tomemos una paralela r a GH a una distancia cualquiera, donde estarán ubicados B y C.

Tracemos otra paralela s a GH en el semiplano opuesto a r, a doble distancia que la anterior, donde estará el vértice A.

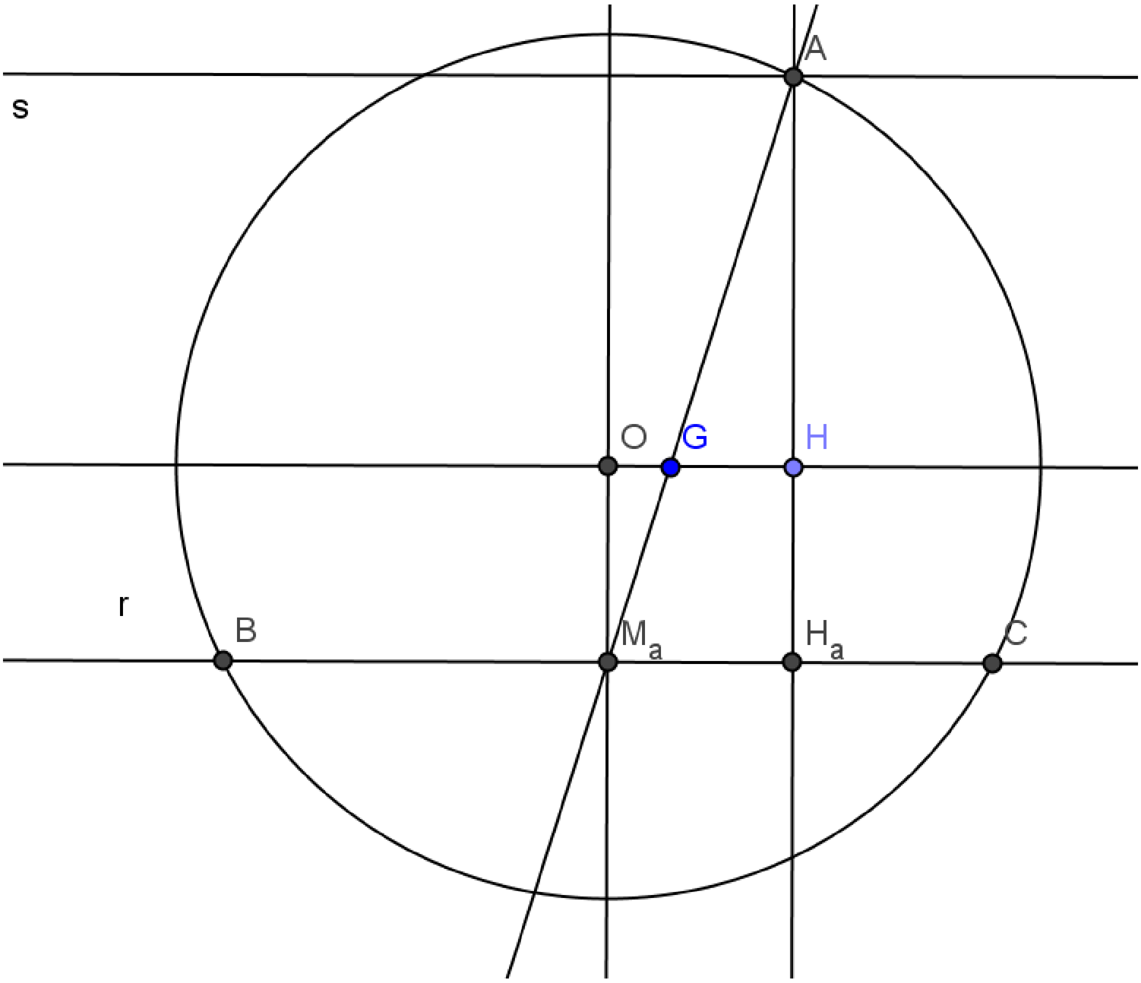


La perpendicular a GH por H cortará a s en el vértice A del triángulo buscado.

Tracemos la recta AG que cortará a r en M_a punto medio de BC.



Por M_a tracemos una perpendicular a GH que la cortará en O, circuncentro del triángulo. Con la crircunferencia circunscrita (O, OA) y la recta s, tenemos los vértices B y C.



Si la recta de Euler es paralela a BC, al considerar que los triángulos AM_aH_a y AGH son semejantes, el segmento $HH_a = h_a/3$

Así, por una parte, tg $B = h_a/ BH_a$

Por otra parte, en el triángulo BHH_a el ángulo en H es C, por lo que tg $C = BH_a / HH_a$

De donde se obtiene lo pedido.

Ricardo Barroso Campos.

Jubilado.

Sevilla.