Problema 808.-
Construir un triángulo conociendo $r, b-c, r_a$ (radio de la circunferencia exinscrita relativa el vértice A).

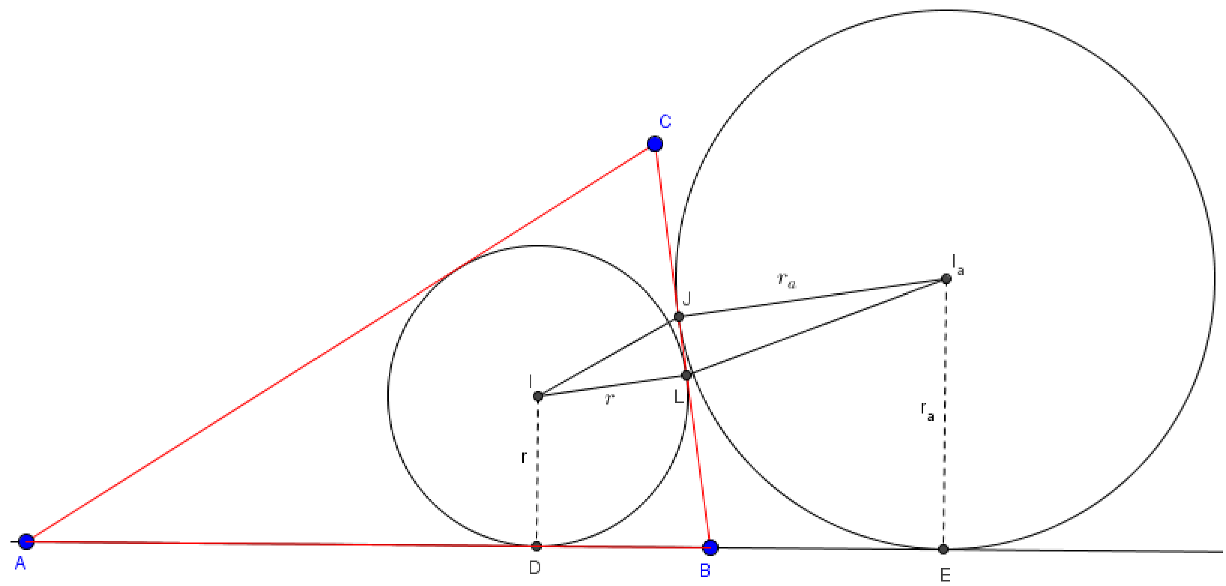
Santamaría, J. (2017): Comunicación personal.

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba.

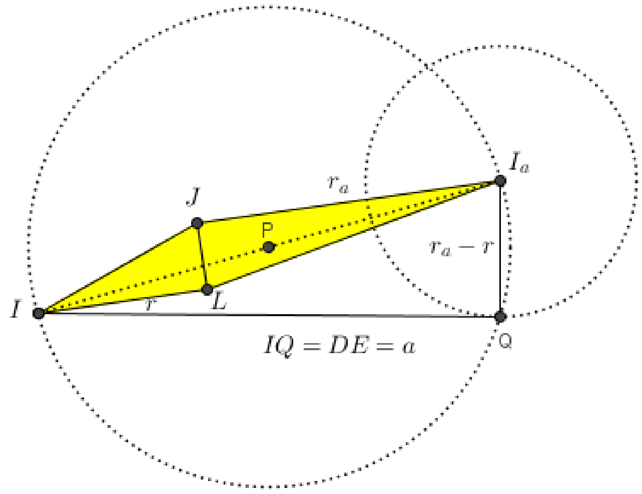
Sea el triángulo ABC construido. La circunferencia inscrita al triángulo ABC será tangente al lado BC en el punto L y la circunferencia exinscrita de centro I_a lo será en el punto J.

De este modo, los datos conocidos $r,\ r_a, b-c$ serán, respectivamente iguales a los segmentos siguientes:

$$r = ID = IJ;\ \ r_a = I_aE = I_aJ;\ \ b-c = (p-c)-(p-b) = JL, \qquad \text{siendo } p = \frac{1}{2}(a+b+c).$$



Por tanto, será construible el cuadrilátero ILI_aJ, como se muestra en la figura, a partir de los triángulos rectángulos $ILJ\ y\ I_aJL$. Habiendo determinado así el segmento II_a, podemos construir el triángulo rectángulo I_aQI, siendo $I_aQ = r_a - r$. En definitiva, obtenemos así el segmento $IQ = DE = a$.



A partir de aquí, el problema se reduce a la construcción del triángulo del que se conocen los datos:

$$\{a, r, b-c\} \to \begin{cases} \{p-c, r\} \to \measuredangle C \\ \{p-b, r\} \to \measuredangle B \end{cases} \to \{a, \measuredangle B, \measuredangle C\}\ (trivial).$$